Tablas de Pertenencia
o
Tablas de verdad

Sea $A, B, C \subset \Omega$ $\qquad$ $\subset$ Pernece

$x \in A \quad ; \quad x \in B$

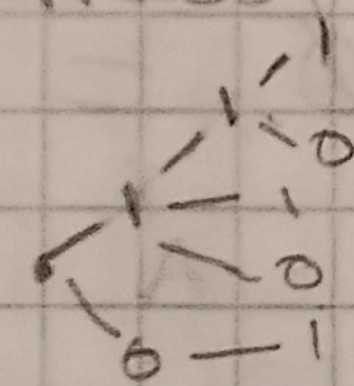
a) $x \in A \quad ; \quad x \in B$
b) $x \in A \quad ; \quad x \notin B$
c) $x \notin A \quad ; \quad x \in B$
d) $x \notin A \quad \quad x \notin B$

V	F
1	0

A	B	$A \cup B$	$A \cap B$
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

A	A'
1	0
0	1

Árabol



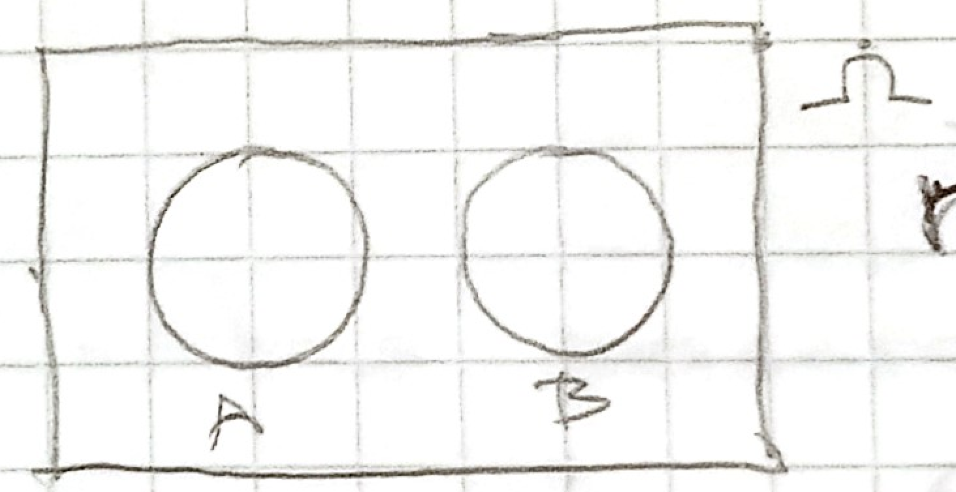
Ejer. Verificar la sig. expresión

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

A	B	C	$(B \cap C)$	$A \cup (B \cap C)$	$(A \cup B)$	$(A \cup C)$	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

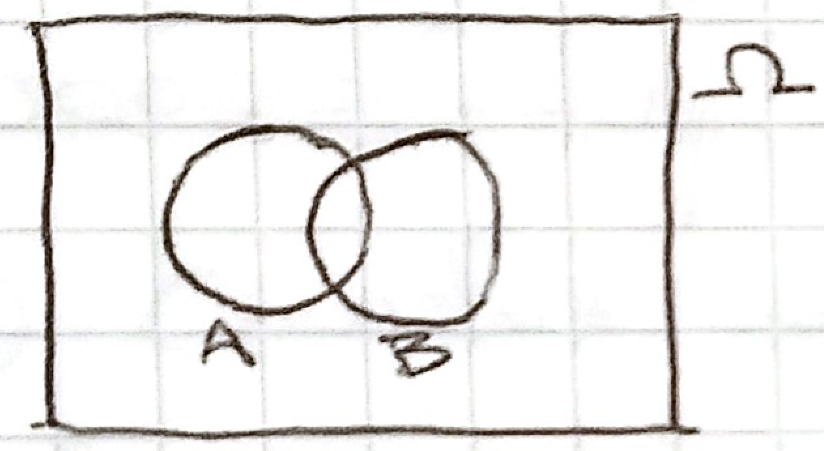
Conteo. Aplicaciones

a) A, B son finitos y además son disjuntos.



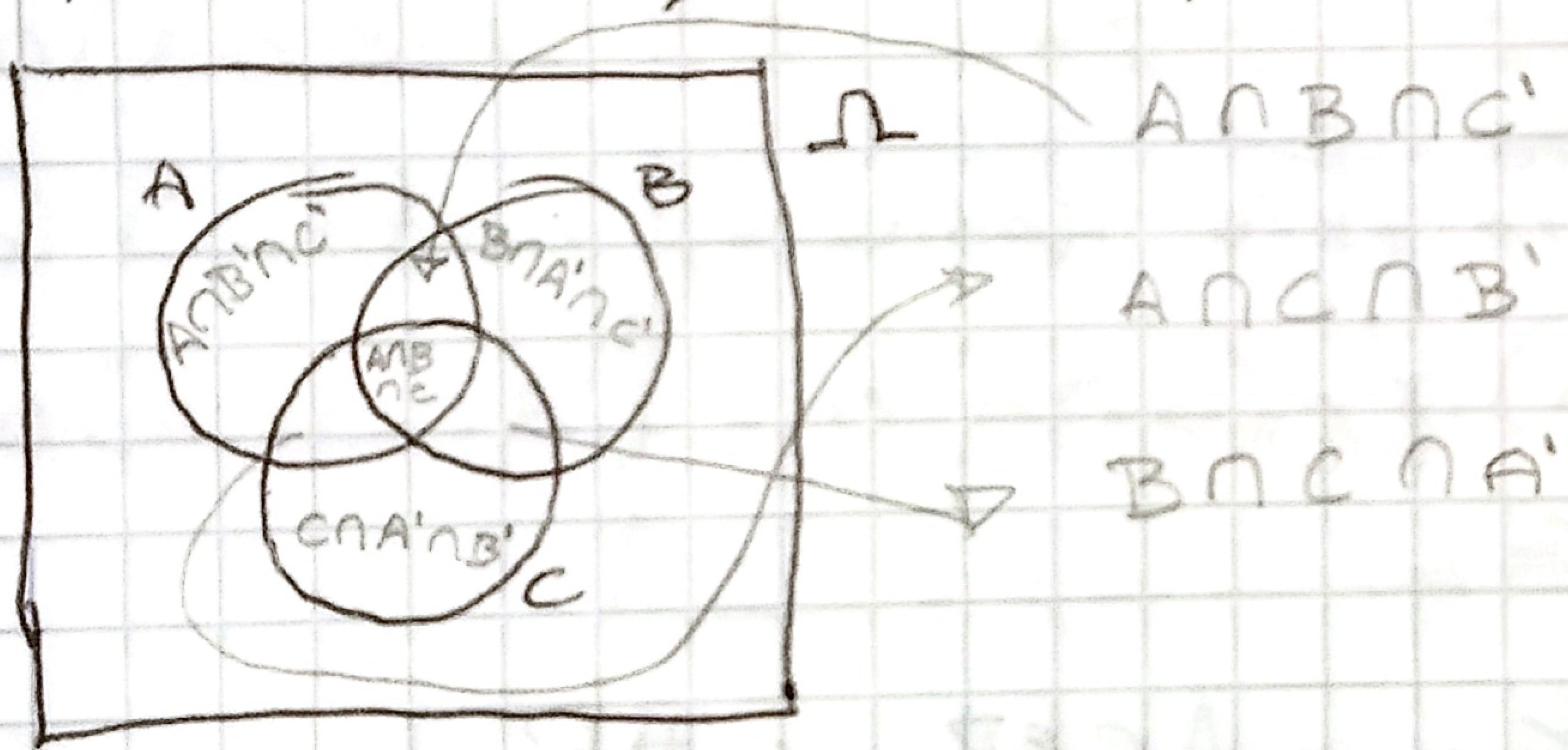
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

b) A, B son finitos y además no son disjuntos



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

c) A, B, C son finitos y además no disjuntos



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A \cap B' \cap C') + n(A \cap B \cap C') + n(B \cap A' \cap C') + n(A \cap C \cap B') + n(A \cap B \cap C) + n(B \cap C \cap A') + n(C \cap A' \cap B')$$

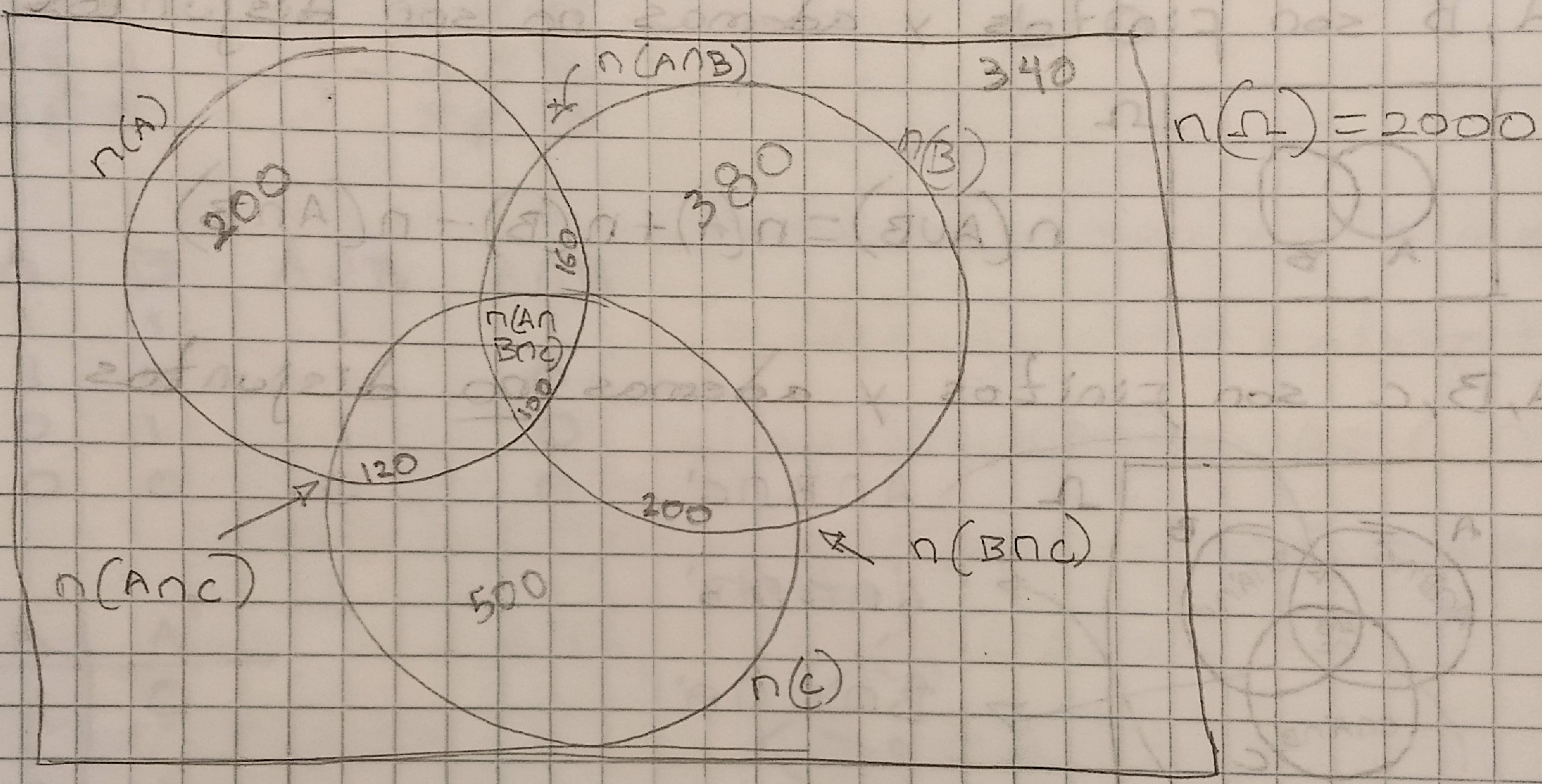
Prox. Miercoles concorso estelar

Un jefe de Publicidad ha entrevistado a 2000 personas para investigar la preferencia del publico sobre 3 tipos de computadoras, se obtubo:

$n(A)$ 580 personas prefieren ACER

$n(B)$ 840 〃 〃 HP

$n(C)$ 920 〃 〃 Armadas



$n(A\cap B)$ 260 〃 〃 ACER y HP

$n(A\cap C)$ 220 〃 〃 ACER y Armadas

$n(B\cap C)$ 300 〃 〃 HP y Armadas

$n(A\cap B\cap C)$ 100 〃 〃 ACER, HP, Armadas

I.

a) Cuantas personas prefieren sólo la marca ACER

$$n(A\cap B'\cap C') = n(A) - n(A\cap B) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$$

$$= 580 - 260 - 220 + 100$$

$$= 200$$

b) Cuantas personas prefieren solo ~~ACER~~ HP

$$n(B\cap A'\cap C') = n(B) - n(A\cap B) - n(B\cap C) + n(A\cap B\cap C)$$

$$= 840 - 260 - 300 + 100$$
$$= 380$$

c) Cuantas personas prefieren sòlo la marca armada

$$n(C\cap A'\cap B') = n(C) - n(A\cap C) - n(B\cap C) + n(A\cap B\cap C)$$

$$= 920 - 220 - 300 + 100$$
$$= 500$$

II a) Cuantas personas prefieren solo ACER y HP

$$n(A\cap B\cap C') = n(A\cap B) - n(A\cap B\cap C)$$
$$n(A\cap B\cap C') = 260 - 100 = 160$$

b) Cuantas personas prefieren solo ACER y Armadas

$$n(A\cap C\cap B') = n(A\cap C) - n(A\cap B\cap C)$$

$$= 220 - 100 = 120$$

c) Cuantas personas prefieren solo HP y Armada

$$n(B\cap C\cap A') = n(B\cap C) - n(A\cap B\cap C)$$
$$= 300 - 100 = 200$$

III a) Cuantas personas prefieren almenos una de los 3 tipos

$$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A\cap B) - n(B\cap C) - n(C\cap A) + n(A\cap B\cap C)$$

$$200 + 160 + 380 + 200 + 500 + 120 + 100$$

$$= 580 + 840 + 920 - 260 - 300 - 220 + 100 = 1660$$

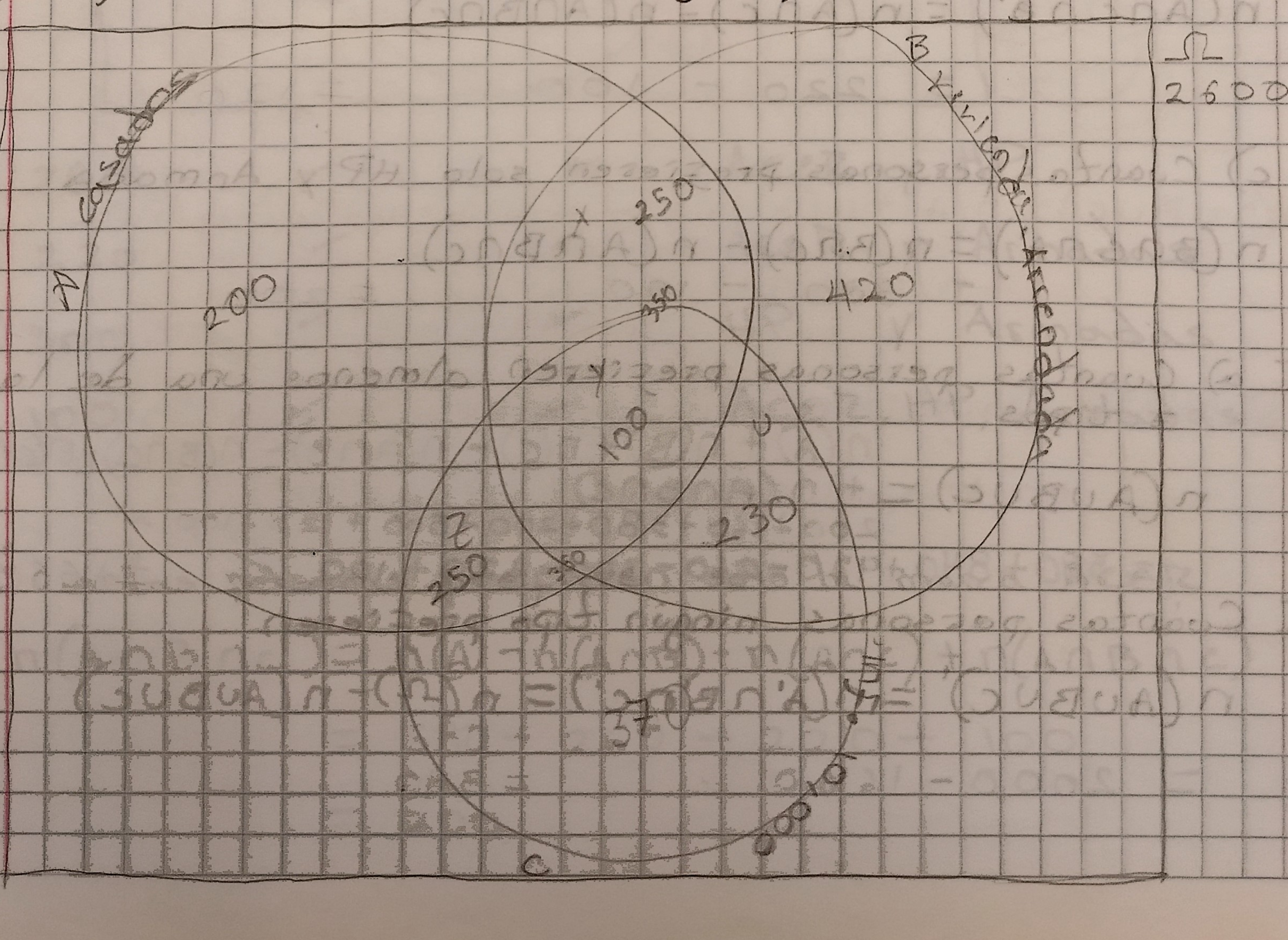
IV Cuántas personas ningún tipo prefieren

$$n(A\cup B\cup C)' = n(A'\cap B'\cap C') = n(\Omega) - n(A\cup B\cup C)$$

$$= 2000 - 1660 = 340$$

Una compañia que desarrolla software encuesta a sus empleados para poder determinar dentro de los requisitos diversos puestos de lideres de proyectos se obtobieron.

(Ω)	2 600	Respuestas
$n(A)$	800	Son casados
$n(B)$	1 000	habitan en vivienda arrendada
$n(C)$	950	Tienen igresos inferiores a \$10 000
$n(A \cap B' \cap C')$	200	Son casados, no habitan en vivienda rendada ing. sup \$10,000.=
$n(A \cap B)$	350	Son casados y habitan vivienda arrend.
$n(A' \cap B \cap C)$	230	Son soltero, hab viv. a, ingre inf a \$10,000
$n(A \cap C)$	350	Son Casados, ingr. inf. a \$10,000



a) Cuantos son casados, avitan viv. arr. ing. inf. $10,000

$$n(A \cap B \cap C) = n(A \cap B' \cap C') + n(A \cap B) + n(A \cap C) - n(A)$$
$$= 200 + 350 + 350 - 800$$
$$= 100$$

b) Cuantos son solteros, hab. viv. prop. ing mayor 10,000

$$n(A' \cap B' \cap C') = \Omega - [n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)]$$

$$= 780$$

c) Cuantos son solteros, viv. arr., ing. mayor 10,000

$$n(A' \cap B \cap C') = n(B) - n(A' \cap B \cap C) - n(A \cap B)$$
$$= 420$$

$x + y = 350$ | $y = 350 - x$ | $x = 350 - y$

$z + y = 350$ | $y = 350 - z$ | $z = 350 - y$

$x + y + z + 200 = 800$

$350 - y + y + 350 - y = 600$

$700 - y = 600$

$700 - 600 = y$

$100 = y$

Temas q' Faltan

Producto cartesiano

Relaciones

Postulado de Peano

Producto Cartesiano o Producto Cruz.

$A \times B = \{(a,b) / a \in A, b \in B\}$

$B \times A = \{(b,a) / b \in B, a \in A\}$

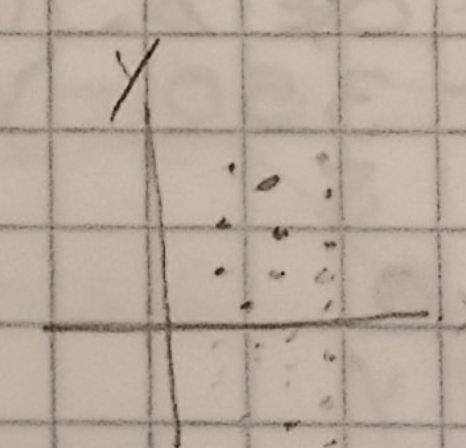
$A^2 = A \times A$

Sean (a,b), (c,d) dos parejas ordenadas

$(a,b) = (c,d) \iff$ $a = c$ ($a = \cancel{b}\, c$), $b = d$ — Sus primeras componentes y segundas componentes son iguales.

Ejemplo: $(1,2) \neq (2,1)$

$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$



Plano cartesiano

$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x,y,z) / x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$

$\therefore$ El producto cartesiano no es conmutativo

Si A y B son el conjunto vacio

$A \times B = B \times A = \emptyset$

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ → Distributivo por la izq. ut. $\cup$ ó $\cap$

$(B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$ → Dist. por la der tanto $\cup$ como $\cap$

$A \times (B \cup C) \neq (B \cup B) \times A$ Por que el producto cartesiano no es conmutativo.

Relaciones:

a) Dos conjuntos pueden ser diferentes o iguales

b) Una proposición ununciado Formal o Regla de correspondencia (q' indique como estan ligados los elementos entre si).

$R \subset A \times B$

$R = \{(\ ), (\ ), \ldots\}$ —— Ejemplo:

$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$

$R \subseteq A \times B$

$A = \{1,2\}$ $B = \{1,2\}$

$A \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1)\ (2,2)\}$

$R = \{(1,1), (2,2)\}$

Conjuntos inpropios porque son iguales

Conjuntos Propios

$A = \{2x \,/\, 0 < x < 4 ;\ x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{3x^2 \,/\, x < 3 ;\ x \in \mathbb{N}\}$

proposición $\Rightarrow a < b$

$A = 2\{1,2,3\} = \{2,4,6\}$

$B = 3\{1,2\}^2 = \{3,12\}$

$R = \{(2,3), (2,12), (4,12), (6,12)\}$

$(4,3) \notin R$

Representar Graficamente:

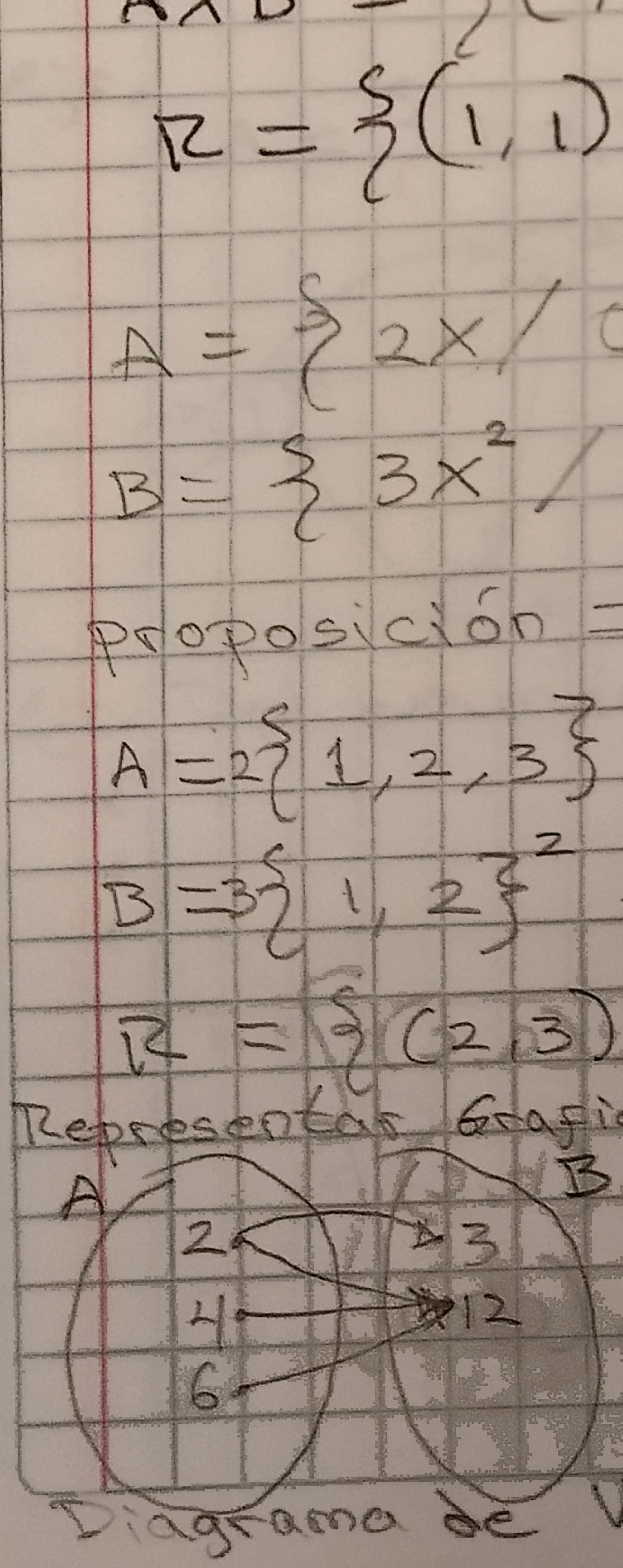
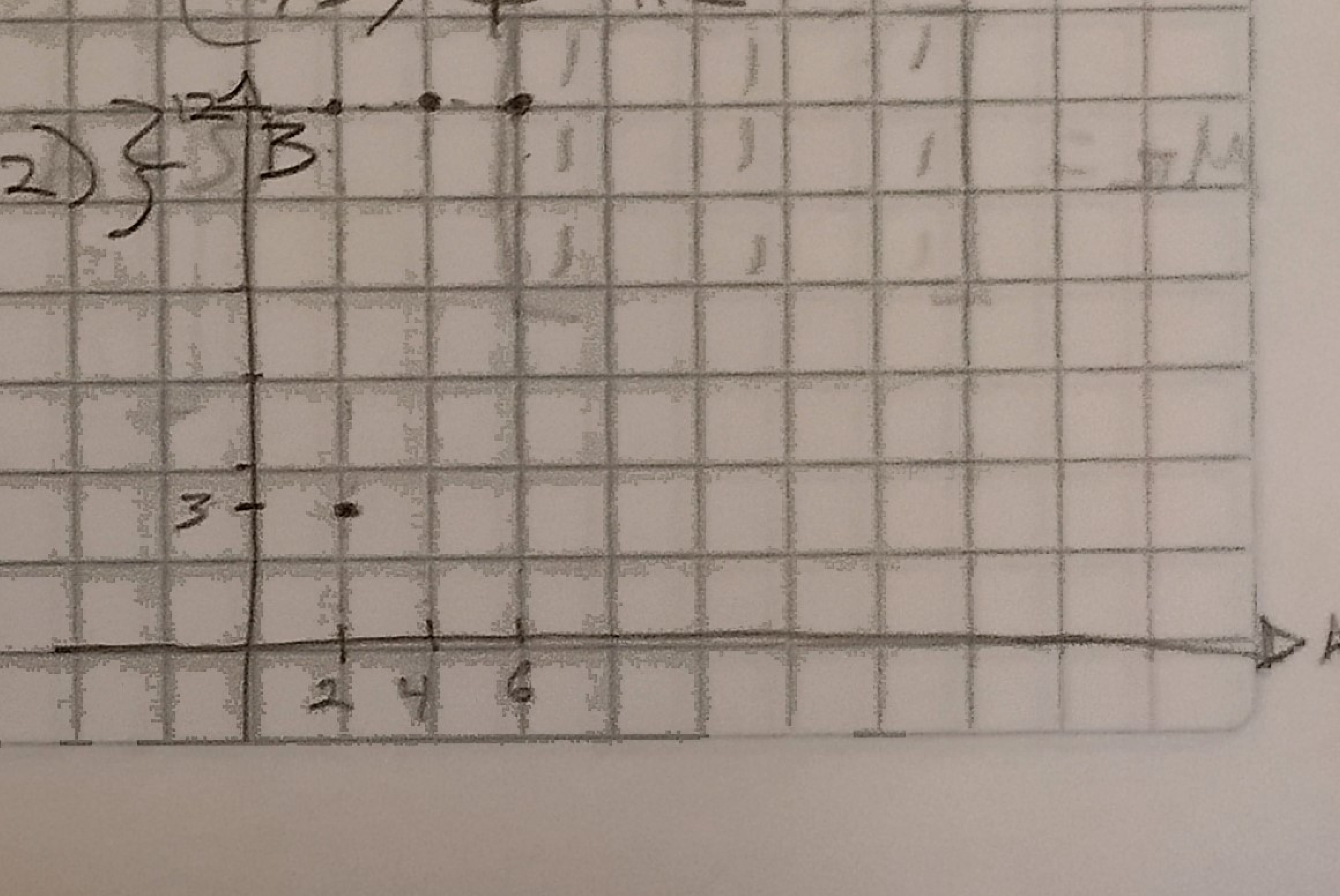


Diagrama de Venn



c) Matriz de la Relación

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 3 \times 3$$

a_{ij}

Cuando el No. de columnas es igual al No. de renglones ∴ son Cuadradas

→ Matriz de la relación.
→ sentido de las manecillas del reloj.

$$M_R \quad \begin{array}{c|cc} & 3 & 12 \\ \hline 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \end{array} \qquad \therefore M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio:

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$ $\qquad B = \{b_1, b_2\}$

$$\begin{array}{c|cc} & b_1 & b_2 \\ \hline a_1 & 0 & 1 \\ a_2 & 1 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{array} \qquad M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \therefore R = \{(a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2)\}$$

Ejercicio:

$A = \{a, b, c\}$

$$M_R = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{ccc} a & b & c \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$$

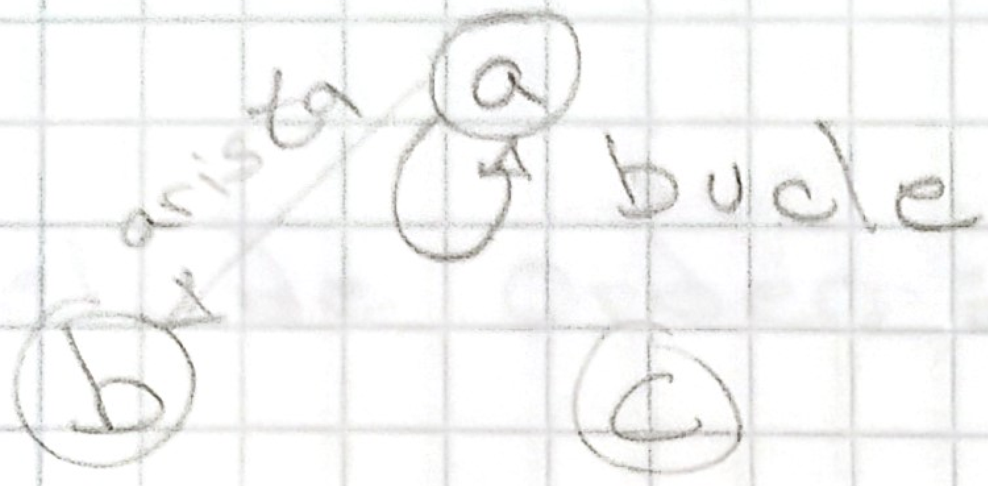
En A. Lineal
Matriz Identidad

$\therefore R = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$

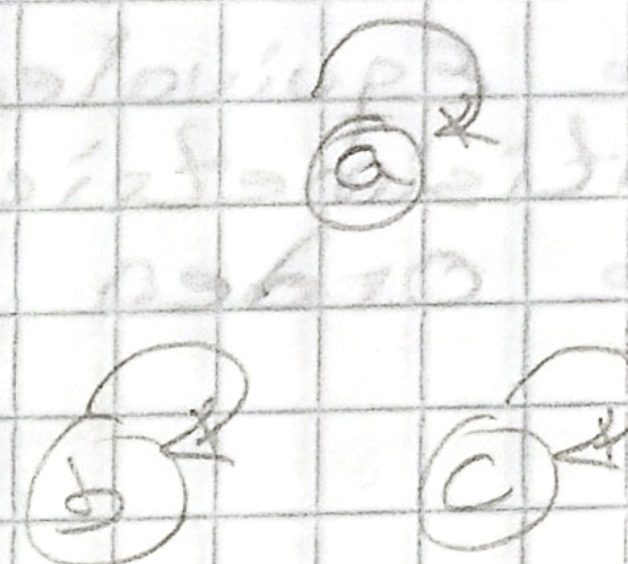
Ejercicio

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad R = A^2 = A \times A = \left\{ \begin{array}{l} (a,a), (a,b), (a,c) \\ (b,a), (b,b), (b,c) \\ (c,a), (c,b), (c,c) \end{array} \right\}$$

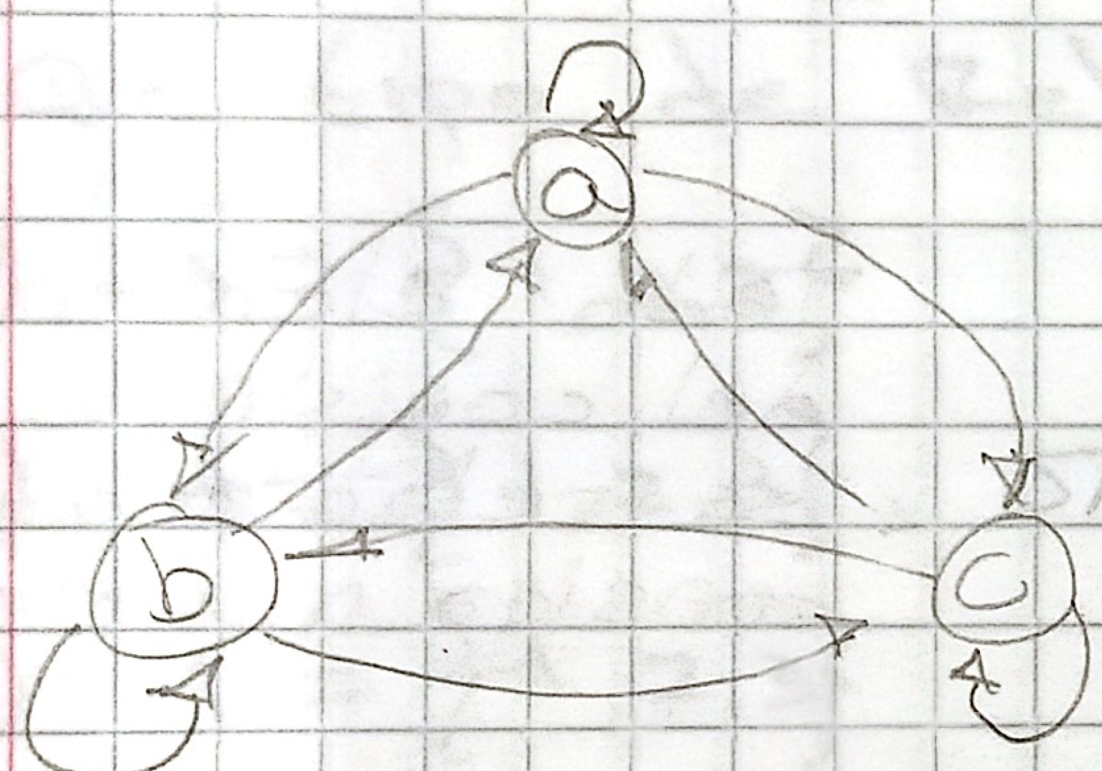
d) Grafo Dirigido



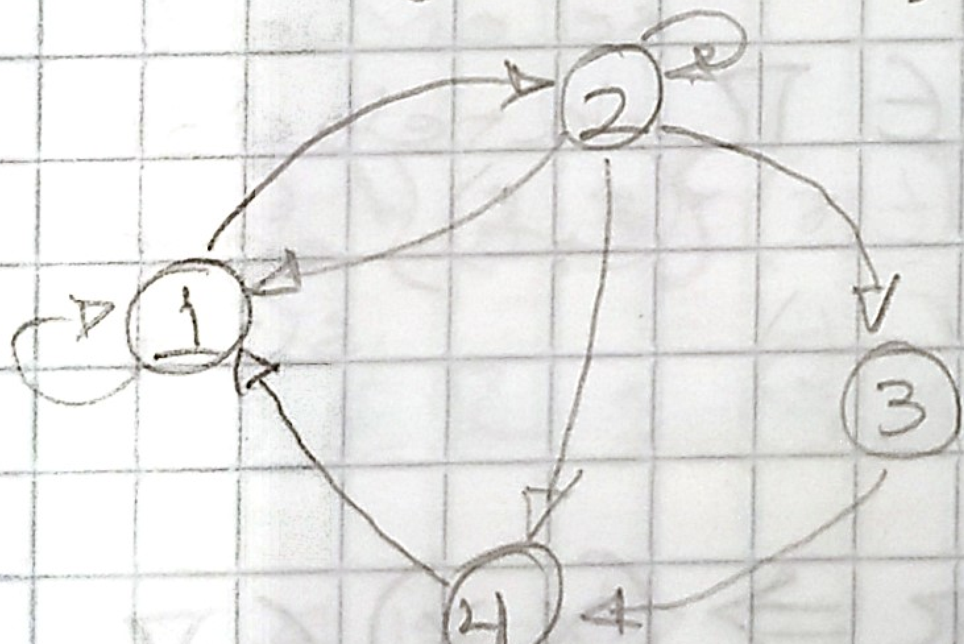
Ejem: $R = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$



Ejm: inciso c)

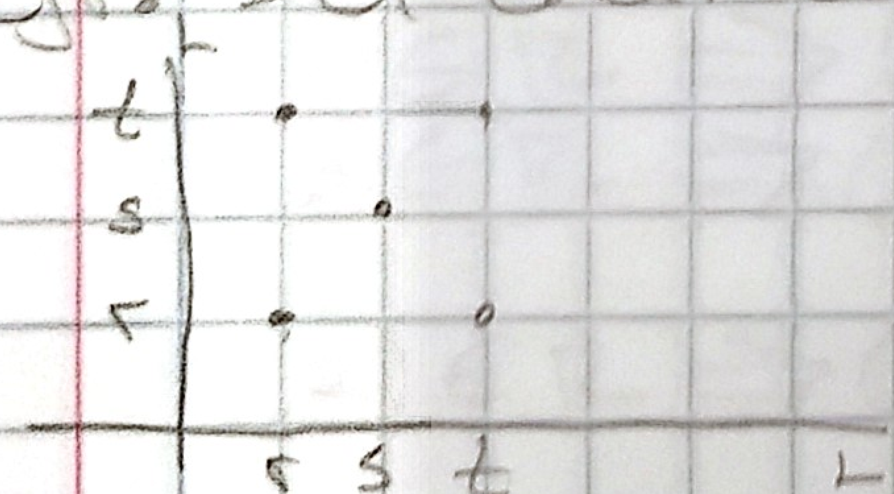


Ejr. $A = \{1,2,3,4\}$



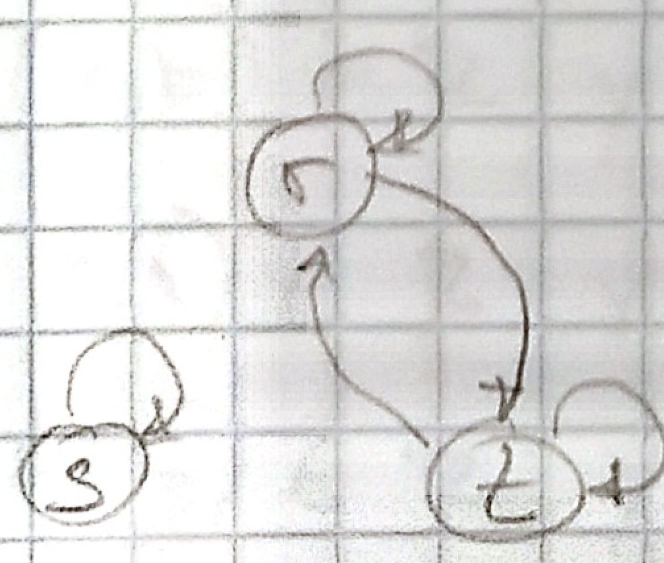
$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,4), (4,1)\}$

Ejr. Del examen.



$R = \{(r,r), (r,t), (s,s), (t,r), (t,t)\}$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Tipos de Relaciones

- Rel. Reflexiva
- " Simetrica
- " Transitiva
- " de Equivalencia
- " Antisimetrica
- " de Orden
-

Son los que veremos

Rel. de Equivalencia → Reflexiva, → simetrica, → Transitiva

R
S
T

Reflexiva: $\forall x \in A \Rightarrow x \mathcal{R} x$

$\forall x \in A \Rightarrow (x, x) \in \mathcal{R}$

Todo elemento del conjunto es relacionado consigo mismo.

$(r, r) \in \mathcal{R}$
$(s, s) \in \mathcal{R}$
$(t, t) \in \mathcal{R}$
∴ es reflexiva

Simetrica: $\forall (x, y) \in \mathcal{R} \Rightarrow (y, x) \in \mathcal{R}$

Toda pareja que se encuentre en la relación deberá de encontrarse su recíproco

$\{(r, r), (r, t), (s, s), (t, r), (t, t)\}$

(t, r) (r, t)

Es simetrica

Transitiva: $(x, y) \in \mathcal{R}$ y $(y, z) \in \mathcal{R} \Rightarrow (x, z) \in \mathcal{R}$

R
S
T

Rel. Antisimétrica : $(x,y) \in R$ y $(y,x) \in R \Rightarrow x = y$
y
$(x,y) \notin R$ o $(y,x) \notin R$; $x \neq y$

Rel. de Orden :

R
A
T

Ejm: $\{(1,2),(2,1)\} \to$ simetrica
$\{(1,2)\} \to$ Antisimetrica

Ej:
Qué tipo de Relación es?

1) $A = \{1,2,3\}$ $R = \{(1,1),(2,3),(3,2)\}$
2) $A = \{1,2,3\}$ $R = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ - Reflexiva simetrica
3) $A = \{1,2,3\}$ $R = \{(1,1)\}$
4) $A = \{1,2,3\}$ $R = A^2$
5) $A = \{1,2,3\}$ $R = \{(1,1),(1,2)\}$

1) $A = \{1,2,3\}$ $R = \{(1,1),(2,3),(3,2)\}$

a) $(2,2) \notin R$; $(3,3) \notin R$ No es reflexiva

b) $(x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$

$(1,1) \in R \Rightarrow (1,1) \in R$
$(2,3) \in R \Rightarrow (3,2) \in R$ $\therefore$ es simetrica
$(3,2) \in R \Rightarrow (2,3) \in R$

c) $(a,b) \in R$ y $(b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$

$(1,1) \in R$ y $(1,1) \in R \Rightarrow (1,1) \in R$ $\forall$ No es transitiva
$(2,3) \in R$ y $(3,2) \in R \Rightarrow (2,2) \notin R$