Antecedentes: $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ Anillo conmutativo unitario

Dominio Entero

- $(S, *, \square)$ Anillo Conmt. Unitario
- No ~~…~~ existen Divisores propios de cero.

Y Divisores Propios de Cero

sea $a, b \in S$; $(S, *, \square)$

$a \square b =$ Cero del Anillo

$a, b \neq$ Cero del Anillo

entonces se dice a, b son

Existen Divisores Propios de Entero Retomando

$(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

sea $a, b \in \mathbb{Z}$

$a \cdot b = 0$

$a, b \neq 0$

$\therefore$ No existen divisores propios de cero.

$\therefore$ Es Dominio Entero

Ejercicio:

$(\mathbb{Z}, \square)$

$x \square y = x + y + xy$

- Se ocurre Grupo abeliano y como mínimo Grupo
- Primero se checa cerradura

- Cerradura

Sea $a, b \in \mathbb{Z}$

$a \square b = a + b + ab \rightarrow$ el $\mathbb{Z}$ es cerrado bajo las operaciones de multp y suma

$\therefore$ Se cumple el $\mathbb{Z}$ es cerrado bajo la operación $\square$

- Asociativa

Sea $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$a \square (b \square c) = (a \square b) \square c$

$a \square (b + c + bc)$ $\qquad$ $(a + b + ab) \square c$

$a + (b + c + bc) + a(b + c + bc)$ $\qquad$ $(a + b + ab) + c + (a + b + ab)c$

$a + b + c + bc + ab + ac + abc$ $\qquad$ $a + b + ab + c + ac + bc + abc$

como difieren en el orden ∴ Por la propiedad conmutativa de la suma en el $\mathbb{Z}$

$a + b + c + bc + ab + ac + abc = a + b + c + bc + ab + ac + abc$

∴ Se cumple la op $\square$ es asociativa en el $\mathbb{Z}$

- Existencia de Elemento Identico

Sea $a \in \mathbb{Z}$: μ elemento idéntico

1) $a \square \mu = a$

$a + \mu + a\mu = a$

$\mu + a\mu = a - a$

$\mu(1 + a) = 0$

$\mu = \frac{0}{1+a}$

$\mu = 0$

2) $\mu \square a = a$

$0 \square a = a$

$0 + a + 0a = a$

$a = a$

∴ Se cumple existe el idéntico $\mu = 0 \in \mathbb{Z}$ bajo la op $\square$

3) $\mu \in \mathbb{Z}$

$\mu = 0 \in \mathbb{Z}$

hasta ahorita Semigrupo Unitario

- Existencia de Elemento Inverso

Sea $a \in \mathbb{Z}$; $\hat{u}$ elemento inverso

1) $a \square \hat{u} = u$ 2) $\hat{u} \square a = u$ 3) $\hat{u} \in \mathbb{Z}$

$a \square \hat{u} = 0$

$a + \hat{u} + a\hat{u} = 0$

$\hat{u} + a\hat{u} = -a$

$\hat{u}(1+a) = -a$

$\hat{u} = \frac{-a}{1+a} \notin \mathbb{Z}$

$\therefore$ no se cumple

no existe el Inverso bajo la op $\square$ en el $\mathbb{Z}$

- Conmutativa

Sea $a, b \in \mathbb{Z}$

$a \square b = b \square a$

$a + b + ab \quad \Big\} \quad b + a + ba$

por Propiedad conmutativa del producto y la suma en el $\mathbb{Z}$.

$a + b + ab \quad \Big\} \quad a + b + ab$

$\therefore$ Se cumple

la op $\square$ es conmutativa en el $\mathbb{Z}$

$\therefore (\mathbb{Z}, \square)$ Es: Semigrupo con unidad Conmutativa

ó

Monoide Conmutativo

Tarea:

el conj. de los Enteros

I El sist. formado por $(\mathbb{Z}, *)$ $\quad x * y = 4xy$

I) $(\mathbb{Z}, *)$ $\quad x * y = 4xy$ $\Big\}$ semigrupo conmutativo

II) (A, Δ) $\quad A = \{2x / x \in \mathbb{Z}\}$
$x \Delta y = 3xy$ $\Big\}$ semigrupo conmutativo

III) Trace la tabla de:
$(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ $\quad +$ $\quad \cdot$

IV) a) $(Q, +)$

$Q = \{x / x = \frac{a}{b} \ ; a, b \in \mathbb{Z} \ ; \ b \neq 0\}$ $\quad \mathbb{Z} \subset Q$

Cerradura, Asoct, Conmt.

$\forall x, y \in Q$ se cumple...

Existe el Id. inverso

sea $\frac{a}{b} \in Q$

b) $(Q, \cdot)$

Taller de Algebra

Tema I Reducción de Terminos semejantes

1.1 Reducción de 2 o más términos del mismo signo
1.2 Reducción de 2 terminos de distinto signo
1.3 Reducción de más de 2 terminos signos distintos
1.4 Reducción de un polinomio que contenga términos semejantes

Tema II Suma de Polinomios

2.1 Suma de Polinomios
2.2 Suma de Polinomios que contengan coeficientes fraccionarios

Tema III Multiplicación de Polinomios

3.1 Polinomios por Polinomios
3.2 De polinomios con exponentes literales
3.3 De Polinomios con coeficientes fraccionarios
3.4 Multiplicación combinada con suma y resta.

Tema IV División de Polinomios

4.1 De polinomios por monomios.
4.2 De dos polinomios
4.3 De Polinomios con exponentes literales
4.4 De polinomios con coeficientes fraccionarios

Tema V Productos Notables

5.1 Cuadrado de la suma y diferencia de 2 cantidades
5.2 Producto de la suma por la diferencia de 2 cantidades
5.3 Cubo de un binomio
5.4 Producto de dos binomios de la forma $(x+a)(x+b)$

Tema VI Cocientes Notables

6.1 cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades.
6.2 Cociente de la suma o diferencia de los cubos de dos cantidades entre la suma o diferencia de cantidades.
6.3 Cociente de la suma ó diferencia de potencias iguales de 2 cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades

Tema VII Ecuaciones de 1er Grado

7.1 Resolución de ecuaciones enteras de 1er Grado con una incognita

7.2 Resolución de ecuaciones de 1er grado con signos de agrupación.
7.3 Resolución de ecuaciones de 1er grado con productos indicados.

Tema VIII Descomposición Factorial
8.1 Factor común por agrupación de terminos
8.2 Trinomio cuadrado perfecto
8.3 Distancia de cuadrados perfectos
8.4 Trinomio de la forma x^2+bx+c
8.5 Trinomio de la forma ax^2+bx+c

Tema IX Operación con Fracciones
9.1 Suma con fracciones
9.2 Resta de Fracciones
9.3 Multiplicación de fracciones
9.4 División de Fracciones
9.5 Fracciones Complejas

Tema X Radicales
10.1 Simplificación de Radicales
10.2 Suma y resta de radicales
10.3 Racionalizar el denominador de una fracción

Tema XI Funciones de identidades Trigonometricas
11.1 Obtención de funciones trigonomitricas a partir de triangulos
11.2 Identidades Trigonométricas

¡!- Segundo Examen ¡!-

I) $(\mathbb{Z}, *)$ $x * y = 4xy$

- Cerradura
  sea $a, b \in \mathbb{Z}$

  $a * b = 4ab$

  El $\mathbb{Z}$ es cerrado bajo la operación multp.

  $\therefore$ El $\mathbb{Z}$ es cerrado bajo la operación $*$

- Asociativa
  sea $a, b, c \in \mathbb{Z}$
  $a*(b*c) = (a*b)*c$

  $a*(4bc) = (4ab)*c$
  $4a(4bc) = 4(4ab)c$
  $4^2abc = 4^2abc$
  se aplica conmutativa en el producto de los $\mathbb{Z}$

- Existencia elemento idéntico
  sea $a \in \mathbb{Z}$: μ elemento idéntico
  1) $a * \mu = a$
  $4a\mu = a$
  $\mu = \frac{a}{4a}$
  $\mu = \frac{1}{4}$

  3) $\mu \in \mathbb{Z}$

  $\mu = \frac{1}{4} \notin \mathbb{Z}$

  $\therefore$ No existe el idéntico
  No existe el idéntico bajo la op $*$

Semi Grupo Conmutativo

$\mathbb{Z}_3$

$\overline{0} = \{\ldots -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9 \ldots\}$ $\overline{3}$

$\overline{1} = \{\ldots -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10 \ldots\}$ $\overline{4}$

$\overline{2} = \{\ldots -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11 \ldots\}$ $\overline{5}$

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$

$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Sea $T = \{3t / t \in \mathbb{Z}\}$

y la op binaria $*$ definida por:

$$\boxed{x * y = x + y + 3}$$

Si la op * es asociativa y conmt

Investigar si el sistema $(T, *)$ tiene estructura de Grupo Abeliano

- Cerradura

sea $3t_1, 3t_2 \in T ; t_1, t_2 \in \mathbb{Z}$

$\to 3a, 3b \in T ; a, b \in \mathbb{Z}$

cambiamos de literales a,b a t_1, t_2 para acostumbrarnos a Algebra lineal.

$3t_1 * 3t_2 = 3t_1 + 3t_2 + 3$

$= 3\underbrace{(t_1 + t_2 + 1)} \in T$

el $\mathbb{Z}$ es cerrado bajo la op $+$

∴ se cumple el T es cerrado bajo la op $*$

- Elemento Identico

Sea $3t \in T ; t_1 \in \mathbb{Z}$; μ el identico

1) $3t_1 * \mu = 3t_1$
$3t_1 + \mu + 3 = 3t_1$
$\mu = 3t_1 - 3t_1 - 3$
$\mu = -3$

2) $\mu * 3t_1 = 3t_1$
$-3 * 3t_1 = 3t_1$
$-3 + 3t_1 + 3 = 3t_1$
$3t_1 = 3t_1$

3) $\mu \in T$
$\mu = \underbrace{3(-1)} \in T$

∴ se cumple existe el identico $\mu = 3(-1) \in T$ bajo la op $*$

- existencia de Elemento Inverso

Sea $3t_1 \in T ; t_1 \in \mathbb{Z}$; $\hat{\mu}$ el inverso

1) $3t_1 * \hat{\mu} = \mu$
$3t_1 * \hat{\mu} = -3$
$3t_1 + \hat{\mu} + 3 = -3$
$\hat{\mu} = -3 - 3 - 3t_1$
$\hat{\mu} = -6 - 3t_1$

2) $\hat{\mu} * 3t_1 = \mu$
$-6 - 3t_1 * 3t_1 = -3$
$-6 - 3t_1 + 3t_1 + 3 = -3$
$-3 = -3$

3) $\hat{\mu} \in T$
$\hat{\mu} = 3(-2 - t_1) \in T$
otra forma
$(-2) + (-t_1)$

Por lo tanto tiene ests. de Gpo. Abeliano.

Tablas

$(Z_3, +, \cdot)$ $\qquad E = \{\}$ $\qquad (P(E), \Delta, \cup)$ $\qquad A = \{1, -1, i, -i\}$ $\qquad (A, \cdot)$

Tip: solo existe un valor idéntico para todo el conjunto es decir no debe haber literal y en el inverso sí puede haber literal.

Ej: $A = \{a, b, c, d, e\}$

Δ	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

Fila, columna

¿Qué propiedades se cumple?

Tip: Por el corrimiento lo seguro es que sea grupo Abeliano

Pero si no tiene corrimiento no significa que no sea grupo abeliano.

- Cerradura
  $x \Delta y \in A$
  verificar si toda la tabla $\in$ al conjunto y si no, reportarla Ejm $a \Delta c = j \notin A$

  $a \Delta e = e \in A$ $\quad$ $\therefore$ se cumple el A es cerrado
  $c \Delta d = a \in A$ $\quad$ bajo la op Δ

- Asociativa
  $x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z$ $\quad$ con que haga 2 asociativas

① $a \Delta (b \Delta c) = (a \Delta b) \Delta c$

② $d \Delta (c \Delta e) = (d \Delta c) \Delta e$

① $a \Delta d \;\}\; b \Delta c$
$\quad d = d$

② $d \Delta b \;\}\; a \Delta e$
$\quad e = e$

$\therefore$ Se cumple la op Δ es Asoc. en el A

- Existencia de Elemento Idéntico

1) $x \Delta y = x$ 2) $y \Delta x = x$ 3) $y \in A$

observar cual es la columna que repita a la fila de título ∴ en este caso es la columna a, (no pueden ser dos títulos de columnas por que idéntico solo hay uno).

$a \Delta a = a$
$a = a$
$b \Delta a = b$
$b = b$
$c \Delta a = c$
$c = c$
$d \Delta a = d$
$d = d$
$e \Delta a = e$
$e = e$

$a \Delta a = a$
$a = a$
$a \Delta b = b$
$b = b$
$a \Delta c = c$
$c = c$
$a \Delta d = d$
$d = d$
$a \Delta e = e$
$e = e$

$y = a \in A$

∴ se cumple exist el id.

$y = a \in A$

bajo la op Δ

- Existencia de Elemento Inverso

1) $x \Delta \hat{x} = y$ 2) $\hat{x} \Delta x = y$ 3) $\hat{x} \in A$

· Unicidad del elemento inverso en cada renglón hay solo una a (a fue el idéntico)

· Si en el examen dice inspección rápida no hay que hacer la sig. talacha solo

$a \Delta a = a$
$a = a$
$b \Delta e = a$
$a = a$
$c \Delta d = a$
$a = a$
$d \Delta c = a$
$a = a$
$e \Delta b = a$
$a = a$

$a \Delta a = a$
$a = a$
$e \Delta b = a$
$a = a$
$d \Delta c = a$
$a = a$
$c \Delta d = a$
$a = a$
$b \Delta e = a$
$a = a$

$\hat{a} = a \in A$
$\hat{b} = e \in A$
$\hat{c} = d \in A$
$\hat{d} = c \in A$
$\hat{e} = b \in A$

$(Z_3, +)$ Por inspeccion rapida
$(Z_4, +)$

- Conmutativa
Se puede trazar una diagonal y si ambos lados se reflejan como espejos ∴ es conmutativa) En este caso ya solo se evaluan 2 casos para checar 2 ejm conmutativa.

$\Rightarrow (Z_3, \alpha)$ Grupo Abeliano

+	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

$\mu = \bar{0}$
$\bar{0} = \bar{0}$

$\bar{0} = \{\ldots -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9 \ldots\} = \bar{3}$
$\bar{1} = \{\ldots -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10 \ldots\} = \bar{4}$
$\bar{2} = \{\ldots -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11 \ldots\} = \bar{5}$
$\bar{3} = \{\ldots -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12 \ldots\} = \bar{0}$

$(Z_3, +)$

+	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

Cerradura: $\forall\ \bar{x}, \bar{y} \in Z_3$ se cumple:
$\bar{x} + \bar{y} \in Z_3$ ∴ La op + es cerrada en el Z_3
$\bar{1} + \bar{1} = \bar{2} \in Z_3$

Asoc: $\forall\ \bar{x}, \bar{y} \in Z_3$ se cumple:
$\bar{x} + (\bar{y} + \bar{z}) = (\bar{x} + \bar{y}) + \bar{z}$
$\bar{0} + (\bar{1} + \bar{2}) = (\bar{0} + \bar{1}) + \bar{2}$
$\bar{0} + \bar{0} = \bar{1} + \bar{2}$
$\bar{0} = \bar{0}$

Elem Id. sea $\bar{x} \in Z_3$ y μ el elem. Id.

1) $\bar{x} + \mu = \bar{x}$
$\bar{0} + \mu = \bar{0}$
$\bar{1} + \mu = \bar{1}$
$\bar{2} + \mu = \bar{2}$

2) $\mu + \bar{x} = \bar{x}$
$\bar{0} + \bar{0} = \bar{0}$
$\bar{0} + \bar{1} = \bar{1}$
$\bar{0} + \bar{2} = \bar{2}$

$\mu \in Z_3$
$\bar{0} \in Z_3$

Existe $\mu = \bar{0}$ bajo la op + en el Z_3

$\mu = \bar{0}$

Elen Inverso sea $\bar{x} \in Z_3$ y $\hat{\mu}$ el elen Inv.

1) $\bar{x} + \hat{\mu} = \mu$
$\bar{x} + \hat{\mu} = \bar{0}$
$\bar{0} + \hat{\mu} = \bar{0}$ $\quad \hat{\mu} = \bar{0}$
$\bar{1} + \hat{\mu} = \bar{0}$ $\quad \hat{\mu} = \bar{2}$
$\bar{2} + \hat{\mu} = \bar{0}$ $\quad \hat{\mu} = \bar{1}$

Conm. $\forall\ \bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{Z}_3$ se cumple:

$$\bar{x} + \bar{y} = \bar{y} + \bar{x}$$

Ejm: $\bar{0} + \bar{1} = \bar{1} + \bar{0}$

$$\bar{1} = \bar{1}$$

$\therefore$ Es Grupo Abeliano

Nos. Complejos

$\mathbb{C} = \{ Z / Z = a + bi \; ; \; a, b \in \mathbb{R} \; ; \; i^2 = -1 \}$

Campo

Ejmplo de complejos

$2 - i$, $-\sqrt{3}\,i$, $\frac{3}{2} + i$

Suma: Sea $z_1 = a + bi$ $z_2 = c + di$

$z_1 + z_2 = (a+c) + (b+d)i$

$z_1 = -3 + 3i$ $z_2 = -1 - i$ $z_1 + z_2 = -4 + i$

$z_1 \cdot z_2 = (a+bi) \cdot (c+di)$

$= ac + adi + bci + bdi^2$

$\boxed{z_1 = z_2 \Longleftrightarrow a = c \text{ y } b = d}$

Sea $z_1 = a + bi$

$z_2 = c + di$

Cerradura ($1^{\underline{o}}$ op, +)

Sean: $z_1 = a + bi$; $z_2 = c + di$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$z_1 + z_2 \in \mathbb{C}$

$z_1 + z_2 = (a+bi) + (c+di)$

$= (a+c) + (b+d)i \in \mathbb{C}$

El $\mathbb{R}$ es cerrado bajo la op. suma

se cumple: El $\mathbb{C}$ es cerrado bajo la op. suma.

– Asociativa (1ª op, +)

Sean $z_1 = a+bi$, $z_2 = c+di$, $z_3 = e+fi$; $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$

$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$

$a+bi + [(c+di + e+fi)] = [(a+bi + c+di)] + e+fi$

$(a+bi) + ((c+e) + (d+f)i) = [(a+c) + (b+d)i] + (e+fi)$

$(a+c+e) + (b+d+f)i = (a+c+e) + (b+d+f)i$

$\therefore$ se cumple, la op. suma es Asociativa en el $\mathbb{C}$

Existencia de Elemento Identico (1ª op +)

Sea $z_1 = a+bi$; $a,b \in \mathbb{R}$ $\mu = x+yi$ el id

1) $z_1 + \mu = z_1$

$(a+bi) + (x+yi) = a+bi$

$a \quad + \quad b \qquad c+di$

$(a+x) + (b+y)i = a+bi$

Por igualdad de los complejos en forma binómica

$a+x = a$; $x = 0$

$b+y = b$; $y = 0$

2) $\mu + z_1 = z_1$

$(0+0i) + (a+bi) = a+bi$

$a+bi = a+bi$

$\therefore$ se cumple

existe el id $\mu = 0+0i \in \mathbb{C}$ bajo la op +

3) $\mu \in \mathbb{C}$

$\mu = 0+0i \in \mathbb{C}$

Existencia del Elemento Inverso (1ª op +)

sea $z_1 = a+bi$; $a,b \in \mathbb{R}$ $\hat{\mu} = x+yi$ el inverso

1) $z_1 + \hat{\mu} = \mu$

$(a+bi) + (x+yi) = 0+0i$

$(a+x) + (b+y)i = 0+0i$

Por igualdad de los comp. en bin

$a+x = 0$; $x = -a$

$b+y = 0$; $y = -b$

2) $\hat{\mu} + z_1 = \mu$

$(-a-bi) + (a+bi) = 0+0i$

$0+0i = 0+0i$

$\therefore$ se cumple

existe el inverso de la forma $\hat{\mu} = -a + (-b)i \in \mathbb{C}$ bajo la op. suma

3) $\hat{\mu} \in \mathbb{C}$

$\hat{\mu} = -a + (-b)i$.

- Conmutativa (1^a op $+$)

sean $z_1 = a+bi$ $z_2 = c+di$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$

$(a+bi) + (c+di)$ | $(c+di) + (a+bi)$

$(a+c) + (b+d)i$ | $(c+a) + (d+b)i$ Por la propiedad conmutiva de los reales $\mathbb{R}$

$(a+c) + (b+d)i$

$\therefore$ Se cumple la suma es conmutativa en el $\mathbb{C}$ y es grupo abeliano bajo la 1ª op.

- Cerradura (2^a op $\cdot$)

Sean $z_1 = a+bi$ $z_2 = c+di$ $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{C}$

$$z_1 \cdot z_2 = (a+bi) \cdot (c+di)$$
$$= ac + adi + bci + bdi^2$$
$$= (ac - bd) + (ad + bc)i \in \mathbb{C}$$

El $\mathbb{R}$ es cerrado bajo la op. suma y multiplicación

$\therefore$ se cumple el $\mathbb{C}$ es cerrado bajo la op mutp.

Tarea: Asoc.
Id, Inv.
comut.

Asociativa Sean $z_1=a+bi,\ z_2=c+di,\ z_3=c+fi$; $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$

$(a+bi)[(c+di)(e+fi)]$

$(a+bi)[ce+cfi+edi+dfi^2]$

$(a+bi)[ce+dfi+edi-df]$

$=ace+acfi+aedi-adf+bcei+bcfi^2+bedi^2-bdfi$

$=ace+acfi$
$-adf+aedi$
$-bcf+bcei$
$-bed-bdfi$

$[(a+bi)(c+di)](e+fi)$

$[ac+adi+bci+bdi^2](e+fi)$

$[ac+adi+bci-bd](e+fi)$

$aec+aedi+bcei-bed+acfi+adfi^2+bcfi^2-bdfi$

$aec+aedi$ ✓
$-bed+bcei$ ✓
$-adf+acfi$ ✓
$-bcf-bdfi$

$\therefore$ si se cumple

Ejercicio: $T = \{3t / t \in \mathbb{R}\}$

$x \alpha y = x + y$

$x \square y = 3xy$

(T, α) Gpo

$\square$ es Asoct y Conmt

$(T, \alpha, \square)$ Campo

Campo $(S, *, \square)$

$(S, *)$ Gpo Abeliano

$(S, \square)$ Gpo Abeliano

$\square$ sea Dist sobre la $*$ izq, der.

$(S, *, \square)$ sea un anillo conmutado unitario

Todo elemento tenga inverso bajo la $\square$

Conmutativo (α)

Sea $3t_1, 3t_2 \in T$; $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

$3t_1 \alpha 3t_2 = 3t_2 \alpha 3t_1$

$3t_1 + 3t_2 = 3t_2 + 3t_1$ por la propa conmut. en la suma en $\mathbb{R}$

$3t_1 + 3t_2$

$\therefore$ se cumple la op α es conmutativa en el T

(T, α) Grupo Abeliano

Cerradura $(\square)$

Sea $3t_1, 3t_2 \in T$; $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

$3t_1 \square 3t_2 \in T$

$3t_1 \square 3t_2 = 3(3t_1)(3t_2)$

$= 27t_1t_2$

$= 3(9t_1t_2) \in T$

El $\mathbb{R}$ es cerrado bajo la op de la multp.

$\therefore$ se cumple el T es cerrado bajo la op $\square$

Binomica (Forma binomica)

- Suma
- Resta
- Multiplicación
- División
- Potencia
- Prod. de un escalar por un num. complejo

Sean $z_1 = a+bi \quad z_2 = c+di$

$z_1 + z_2 = a+bi+c+di = a+c+(b+d)i \quad = (a+c)+(b+d)i$

$z_1 - z_2 = a+bi-(c+di) = a+bi-c-di \quad = (a-c)+(b-d)i$

$z_1 \cdot z_2 = (a+bi)\cdot(c+di) \quad = ac+adi+bci+bdi^2$
$= (ac-bd)+(ad+bc)i$

$z^n = (a+bi)^n = (a+bi)(a+bi)\ldots(a+bi)$

$\alpha z_1 = (\alpha+0i)(a+bi) = \alpha a+\alpha bi \quad = \alpha(a+bi)$

$\boxed{\text{Conjugado} \quad z \to \overline{z} = a-bi}$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+bi}{c+di}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)} = \frac{ac-adi+bci-bdi^2}{c^2-cdi+cdi-d^2i^2}$$

$$= \frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$$

Propiedades del conjugado

1) $\overline{z_1+z_2} = \overline{z_1}+\overline{z_2}$

Sean $z_1 = a+bi \quad z_2 = c+di$

$\overline{z_1+z_2} = \overline{(a+c)+(b+d)i}$ ó $(a-bi)+(c-di)$

$= (a+c)-(b+d)i \quad (a+c)+(-b-d)i$

$= (a+c)+(-b-d)i$

2) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$

$\overline{(a+bi)(c+di)} = \overline{(a+bi)} \cdot \overline{(c+di)}$

$\overline{ac+(ad+bc)i-bd} = (a-bi) \cdot (c-di)$

$\overline{(ac-bd)+(ad+bc)i} = ac-(ad+bc)i$

3) $\overline{\overline{z}_1} = z_1$

$\overline{z}_1 = a-bi$

$\overline{\overline{z}_1} = a+bi = z_1$

4) $\overline{z}_1 = z_1 \Longleftrightarrow z_1 = a+0i$

5) $z_1 + \overline{z}_1 = 2a$

$(a+bi)+(a-bi) = 2a$

6) $z_1 \cdot \overline{z}_1 = a^2+b^2$