Igualdad de Numeros complejos en Forma Binomica

Sean $z_1 = a+bi$; $z_2 = c+di$

$z_1 = z_2 \iff a=c$ y $b=d$

$\cdot$	-1	$-i$	1	i

Grupo Abeliano

Raices 4^{as}

$i^2 = -1$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

$i^5 = i$

$i^6 = -1$

Periodicidad de la unidad

$z_1 = 2+3i$, $z_2 = 1+i$, $z_3 = -4i$, $z_4 = -5+10i$

$$\left(2z_3 \cdot \bar{z}_1\right) - \frac{\bar{z}_4}{z_2} = -\frac{33}{2} - \frac{27}{2}i$$

$$2(-4i)\cdot(2-3i) - \frac{(-5-10i)}{(1+i)}\frac{(1-i)}{(1-i)}$$

$$-8i\,(2-3i) - \frac{(-5+5i-10i+10i^2)}{(1-i+i-i^2)}$$

$$-16i + 24i^2 - \frac{(-5-5i-10)}{1+1}$$

$$-16i - 24 - \frac{(-5i-15)}{2}$$

$$-16i - 24 + \frac{5i}{2} + \frac{15}{2} = -\frac{32i}{2} - \frac{48}{2} + \frac{5i}{2} + \frac{15}{2}$$

$$= -\frac{33}{2} - \frac{27}{2}i \quad //$$

Determinar los valores de $z \in \mathbb{C}$ que satisfagan la ecuación

$$\left[2(\cos 2\pi + i \operatorname{sen} 2\pi)\right]\left(e^{-\frac{\pi}{2} i}\right) z^{5/2} = z^{5/2}\left(3 + 5e^{\pi i}\right) + \frac{2i}{4(\cos 120^\circ + i \operatorname{sen} 120^\circ)}$$

$$z^{5/2} = (\quad)$$

$$z = (\quad)^{2/5}$$

a) Hallar los valores de x y $y \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ec.

$$i^5(13-6i)+3xi+2y = 2(3-2i)(xi^{10}-yi)$$

$\boxed{x=1}$ $\boxed{y=-2}$

$z_1 = 2+3i$

$z_2 = 1+i$

$z_3 = -4i$

$z_4 = -5+10i$

b) $$\frac{\overline{z_1+z_2}}{z_3-z_4} = \frac{3-4i}{5-14i} \; ? = \frac{71}{221} + \frac{22}{221}i$$

c) $$\frac{z_3 \cdot 4z_1}{z_2+z_4} =$$

Demostrar por inducción, mat la validez de la sig. proposición.

$$2^n > 2n \quad \forall n \geq 3 \; ; \; n \in \mathbb{N}$$

Para $n \geq 3$

$$2^3 > 2(3) \rightarrow 8 > 6$$

Para $n = K$

$$2^K > 2K \cdots\cdots (1)$$

Para $n = K+1$

$$2^{(K+1)} > 2(K+1) \cdots\cdots 2(2)^K > 2K+2 \cdots (2)$$

Agregar $\cdot (K+1)$ en (1)

$$2^K(2^{K+1}) > 2K(2^{K+1})$$

$$2 \cdot 2^{2K} > 2^{K+2}K$$

$$2^{K+2}K \geq 2K+2 < 2K$$

$$2K > 2K+2 > \quad 2^{K+2}K > 2K+2 > 2K$$

$$2K < 2K+2 < 2^{K+2}K$$

$$2K < 2^{K+2}K$$

1 2 3 4

$$1+4+7+\dots+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}\quad \forall n\in\mathbb{N}$$ 85

Para

$n=1$

$$1+4+7+\dots+(3(1)-2)=\frac{(1)(3(1)-1)}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(3-2)=\frac{(1)(3-1)}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(1)=\frac{(1)(2)}{2}$$

$$1+4+7+\dots+1=1$$

$n=K$

$$1+4+7+\dots+(3K-2)=\frac{K(3K-1)}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(3K-2)=\frac{3K^2-K}{2}\ \dots\ (1)$$

$n=K+1$

$$1+4+7+\dots+(3(K+1)-2)=\frac{3(K+1)^2-(K+1)}{2}\dots$$

$$1+4+7+\dots+(3K+3-2)=\frac{3(K^2+2K+1)-(K+1)}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(3K+1)=\frac{3K^2+6K+3-K-1}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(3K+1)=\frac{3K^2+5K+2}{2}\ \dots\ (2)$$

~~1+4+7+...+(3K+1)+3K-2~~

$$1+4+7+\dots+(3K-2)+(3K+1)=\frac{3K^2-K}{2}+(3K+1)$$

$$1+4+7+\dots+(3K-2)+(3K+1)=\frac{3K^2-K+6K+2}{2}$$

$$1+4+7+\dots+(3K-2)+(3K+1)=\boxed{\frac{3K^2+5K+2}{2}}\ \dots\ 1^*$$

$z_1 = 4(\cos 330° + i\,\text{sen}\, 330°)$
$z_2 = 6(\cos 210° + i\,\text{sen}\, 210°)$
$z_3 = 2e^{\pi/3\, i}$

$\left\{ \dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 z_3} \right\}$ En Binomica, Polar, Euler

$z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$ $\quad \boxed{\overline{z_1} = 2\sqrt{3} + 2i}$

$\boxed{z_2 = -3\sqrt{3} - 3i}$

$\boxed{z_3 = 2(\cos 60° + \text{sen}\, 60°)}$

$\boxed{z_3 = 1 + \sqrt{3}\, i}$

$$\frac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 z_3} = \frac{2\sqrt{3} + 2i - 3\sqrt{3} - 3i}{(2\sqrt{3} - 2i)(1 + \sqrt{3}\, i)}$$

$$= \frac{-\sqrt{3} - i}{2\sqrt{3} + 6i - 2i - 2\sqrt{3}\, i^2}$$

$$= \frac{-\sqrt{3} - i}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4i} = \frac{-\sqrt{3} - i}{4\sqrt{3} + 4i}$$

$$= \frac{(-\sqrt{3} - i)(4\sqrt{3} - 4i)}{(4\sqrt{3} + 4i)(4\sqrt{3} - 4i)}$$

$$= \frac{-12 + \cancel{4\sqrt{3}\, i} - \cancel{4\sqrt{3}\, i} + 4i^2}{(16)(3) + 16}$$

$$= \frac{-16}{48 + 16} = \frac{-16}{64} = -\frac{2}{8}$$

$\boxed{= -\frac{1}{4}}$

$-\frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4}(\cos 180° + \text{sen}\, 180°)$

$\boxed{= \frac{1}{4} e^{\pi i}}$

$\boxed{= \frac{1}{4}\, \text{cis}\, 180°}$

$\overline{z_1} + z_2 = -\sqrt{3} - i$

$2(-\cos 30° - \text{sen}\, 30°)$

$= 2(\cos 210° + \text{sen}\, 210°) = 2e^{\frac{7}{6}\pi}$

$\boxed{\overline{z_1} + z_2 = 2e^{7/6\, \pi i}}$

$z_1 = 4e^{\frac{11}{6}\pi i}$

$z_1 z_3 = 4e^{\frac{11}{6}\pi i}\; 2e^{\pi/3\, i}$

$\boxed{z_1 z_3 = 8e^{13/6\, \pi i}}$

$z_1 z_3 = 8(\cos 30° + i\,\text{sen}\, 30°)$
$8 \cos 390° + i\,\text{sen}\, 390°$

$\boxed{z_1 z_3 = 4\sqrt{3} + 4i}$

$$\frac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 z_3} = \frac{2e^{7/6\, \pi i}}{8e^{13/6\, \pi i}} \qquad \frac{19}{6} - \frac{13}{6}$$

$\boxed{= \frac{1}{4} e^{\pi i}}$

$\boxed{= \frac{1}{4}(\text{cis}\, 180°)}$

$\boxed{= -\frac{1}{4}}$

$\frac{9}{6}$

$180 = \pi$
$? = \frac{9}{6}\pi$

$180\ \frac{9}{6}$

$(30)\, 9 = 270$

$180 = \pi$
$210 = ?$

$\frac{210}{180}\pi = ?$

$\frac{7}{6}$

$180° = \pi$
$330° = ?$

$\frac{330° \pi}{180}$

$\frac{11}{6}$

$180 = \pi$
$? = \frac{13}{6}\pi$

$\frac{180 (13)}{6} \frac{\pi}{\pi}$

$30 (13)$
$= 90$
30
$390°$

Marzo 8, 2005

Estructura de Datos

La estructura de datos es una colección de datos que puede ser caracterizada por su organización y las operaciones que se definen por ella.

Las estructuras de datos son muy importantes en los sistemas de computadora.

Los tipos de datos más frecuentes utilizados en los diferentes lenguajes de programación son:

- DATOS SIMPLES
  - ESTANDAR
    - ENTERO
    - REAL
    - CARACTER
    - LÓGICO
  - DEFINIDO POR EL PROGRAMADOR (NO ESTANDAR)
    - SUBRANGO
    - ENUMERATIVO
- DATOS ESTRUCTURADOS
  - ESTÁTICOS
    - ARRAY
    - REGISTRO
    - ARCHIVO
    - CONJUNTO
    - CADENA
  - DINÁMICOS
    - LISTA (PILA/COLA)
    - LISTA ENLAZADA
    - ÁRBOL
    - GRAFO

<u>caracteristicas de estáticos</u>

- Dimensión o tamaño Fijo
- De un solo tipo de datos.

Caracteristicas de Dinamicos

- No son

Los tipos de datos simples o primitivos significan que no estan compuestos de otras estructuras de datos; los más frecuentes y utilizados por casi todos los lenguajes: Enteros, ~~Reales~~ y Caracter; siendo los tipo lógico otro tipo de dato que tambien maneja cualquier lenguaje.

Los tipos de datos compuesto están construidos basados en tipo de datos primitivos; El ejemplo más representativo es la cadena de caracteres.

Los tipos de datos simples pueden ser organizados en diferentes estructuras de datos: Estaticas y Dinamicas.

Las estructuras de datos estáticas son aquellas en las que el tamaño ocupado en la memoria, se define antes de que el programa se ejecute y no puede modificarse dicho tamaño durante la ejecución del programa. Estas estructuras estan implementadas en casi todos los lenguajes (Array, registro, ficheros, etc. Archivos).

Las estructuras de datos dinamicos no tienen las limitaciones y restricciones en el tamaño de la memoria ocupada que son propias de las estructuras estáticas mediante el uso de un puntero (tipo de dato especifico) es posible construir estructura de datos binarias que son soportadas por la mayoria de los lenguajes y en aquellos que si tienen

Metodos Iterativos

Una técnica iterativa para resolver $Ax=b$ empieza con una aprox. a la sol. $x^{(0)}$ y genera una sucesión de vectores $\{x^{(k)}\}_{k=0}^{\infty}$ que converge a x

$$Ax=b \longrightarrow x = Tx + c$$

$$x^{(k+1)} = T x^{(k)} + c$$

Estos metodos se aplican principalmente a matrices grandes y dispersas.

$$\begin{aligned}
10x_1 - x_2 + 2x_3 \quad &= 6 \\
-x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 &= 25 \\
2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11 \\
3x_2 - x_3 + 8x_4 &= 15
\end{aligned}$$

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad x^{(1)} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ 25/11 \\ -11/10 \\ 15/8 \end{bmatrix} \qquad x^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.0472727 \\ 1.7159091 \\ -0.805227 \\ 0.885227 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{x_2}{10} - \frac{2x_3}{10} + \frac{6}{10} = \frac{25}{11}\cdot\frac{1}{10} + \frac{2}{10}\cdot\frac{11}{10} + \frac{6}{10}$$

$$x_2 = \frac{x_1}{11} + \frac{x_3}{11} - \frac{3x_4}{11} + \frac{25}{11} = \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{11} - \frac{11}{10}\cdot\frac{1}{11} - \frac{3}{11}\cdot\frac{15}{8} + \frac{25}{11}$$

$$x_3 = \frac{-2x_1}{10} + \frac{x_2}{10} + \frac{x_4}{10} - \frac{11}{10} = \frac{-2}{10}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\cdot\frac{25}{11} + \frac{1}{10}\cdot\frac{15}{8} - \frac{11}{10}$$

$$x_4 = \frac{-3x_2}{8} + \frac{x_3}{8} + \frac{15}{8} = \frac{-3}{8}\cdot\frac{25}{11} - \frac{11}{10}\cdot\frac{1}{8} + \frac{15}{8} =$$

c

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1/10 & -1/5 & 0 \\ 1/10 & 0 & 1/11 & -3/11 \\ -1/5 & 1/10 & 0 & 1/10 \\ 0 & -3/8 & 1/8 & 0 \end{bmatrix}}_{T} \underbrace{X}_{X} + \underbrace{\begin{bmatrix} 3/5 \\ 25/11 \\ -11/10 \\ 15/8 \end{bmatrix}}_{C} = X$$

* ~~Empezar a programa~~ Jacobi se llama
poner # max. iteraciones

$$T\,x^{(2)} + c = x^{(3)} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} 0.932636 \\ 2.053306 \\ -1.049341 \\ 1.130881 \end{array}\right] \end{array}\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}$$

$$x^{(3)} + c = x^{(4)} = \left[\begin{array}{c} 1.015199 \\ 1.953696 \\ -0.968109 \\ 0.973843 \end{array}\right]$$

$x^{(5)}$

$$\left[\begin{array}{c} 0.988991 \\ 2.011415 \\ -1.010286 \\ 1.021351 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{c} 1.003199 \\ 1.992241 \\ -0.994522 \\ 0.994324 \end{array}\right]$$

$x^{(7)}$, $x^{(8)}$, $x^{(9)}$

$$\left[\begin{array}{c} 0.998128 \\ 2.002307 \\ -1.001972 \\ 1.003591 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{c} 1.000625 \\ 1.99867 \\ -0.999036 \\ 0.998888 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{c} 0.999674 \\ 2.000448 \\ -1.000364 \\ 1.000619 \end{array}\right]$$

$$x^{(10)} = \left[\begin{array}{c} 1.00019 \\ 1.99978 \\ -0.999828 \\ 0.999786 \end{array}\right]$$

12-Abril-05

Las iteraciones se realizan hasta que se cumpla con una tolerancia.

$$\text{Err rel} = \boxed{\frac{\| x^{(k)} - x^{k-1} \|}{x^{(k)}}} < \text{tolerancia}$$

Puede ser cualquiera de las 2

$$\boxed{\| x^{(k)} - x^{(k-1)} \| < \text{tol}}$$

Err abs

Mas efectiva por que es una proporción del error.

Gerardo

Dados los número complejos

$z_1 = 1+i \;;\; z_2 = 1-i$

obtener el valor o valores de $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la sig. ecuación.

$$(2\overline{z_1} - z_2) = \frac{2z_1}{z^{\frac{1}{4}}}$$

$$2(1-i) - (1-i) = \frac{2(1+i)}{z^{\frac{1}{4}}}$$

$$1-i = \frac{2(1+i)}{z^{\frac{1}{4}}}$$

$$(1-i)^4 = \left(\frac{2+2i}{z^{\frac{1}{4}}}\right)^4$$

$$(1-i)^4 = \frac{(2+2i)^4}{z}$$

$$z = \frac{(2+2i)^4}{(1-i)^4}$$

$$z^{\frac{1}{4}} = \frac{2+2i}{1-i}$$

$$z^{\frac{1}{4}} = \frac{(2+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i+2i^2}{1-i^2} = \frac{2-2+4i}{2}$$

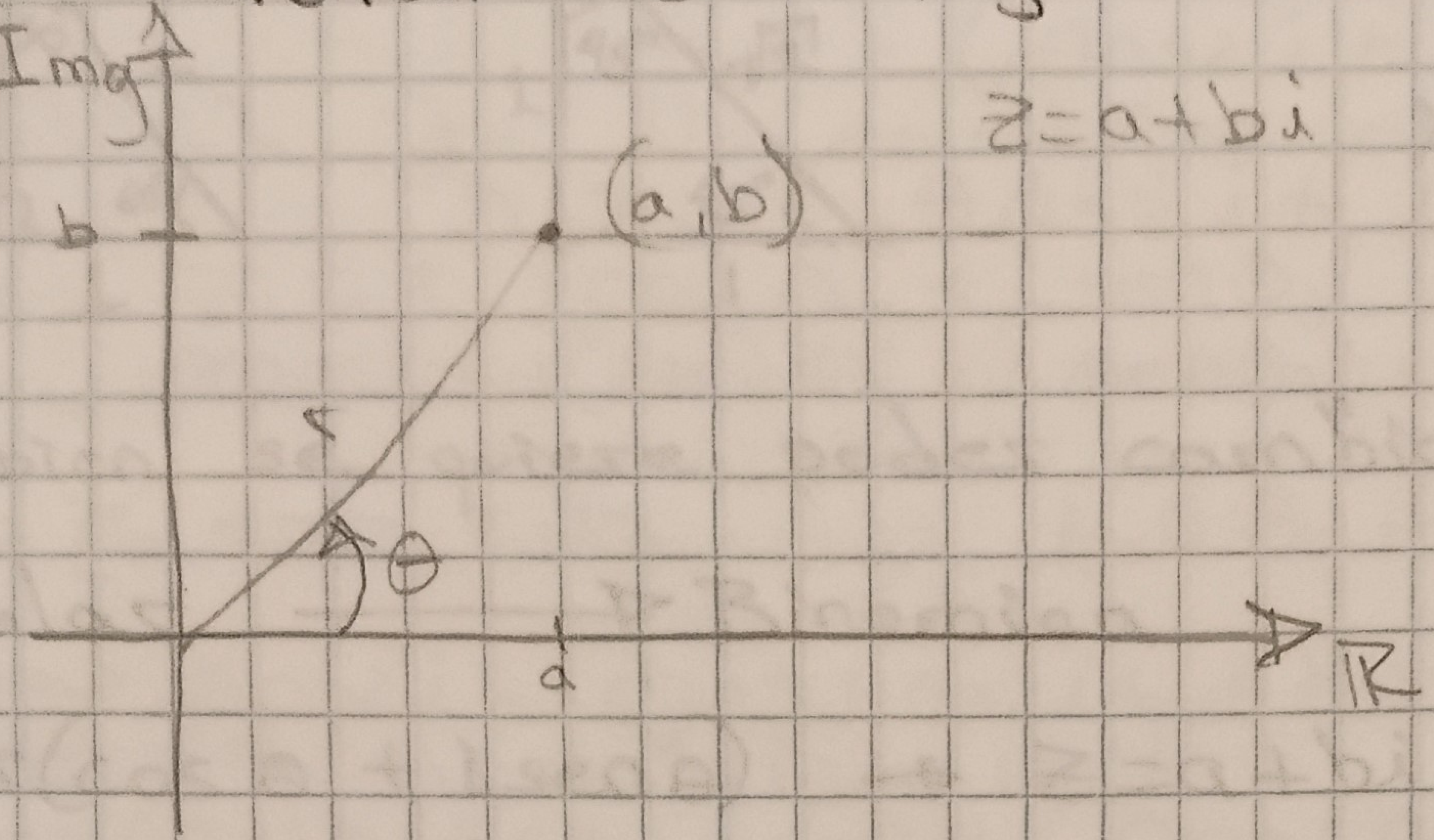
$$z^{\frac{1}{4}} = \frac{4}{2}i$$

$$z = (2i)^4$$

$$z = 16i^4$$

$$\boxed{z = 16}$$

Polar o Trigonometrica



$z = a + bi$

Plano Complejo

(Diagrama de Argand)

$\cos\theta = \frac{a}{r}$; $a = r\cos\theta$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{r}$; $b = r\operatorname{sen}\theta$

$z = r\cos\theta + r\operatorname{sen}\theta\, i$

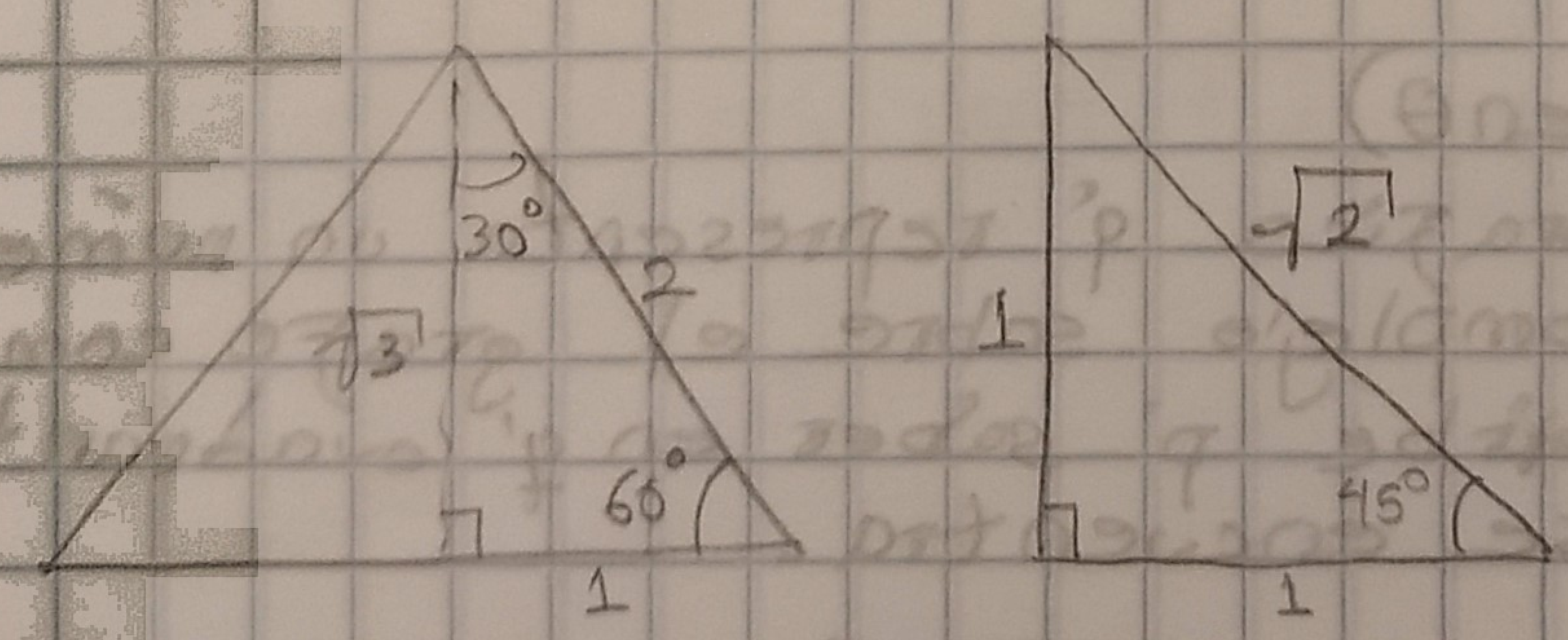
$\boxed{z = r(\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta)}$ → Forma Polar → Forma Trigonometrica

$z = r\operatorname{cis}\theta$

cis → cos + i sen

$\boxed{r = \sqrt{a^2 + b^2}}$

$\boxed{\theta = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}}$



sacar sen cos y tan de los angulos

Binomica

Somar
Resta
Mult
Div

*

*

Polar

$z = r(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)$

Multp
div
Pot
raiz

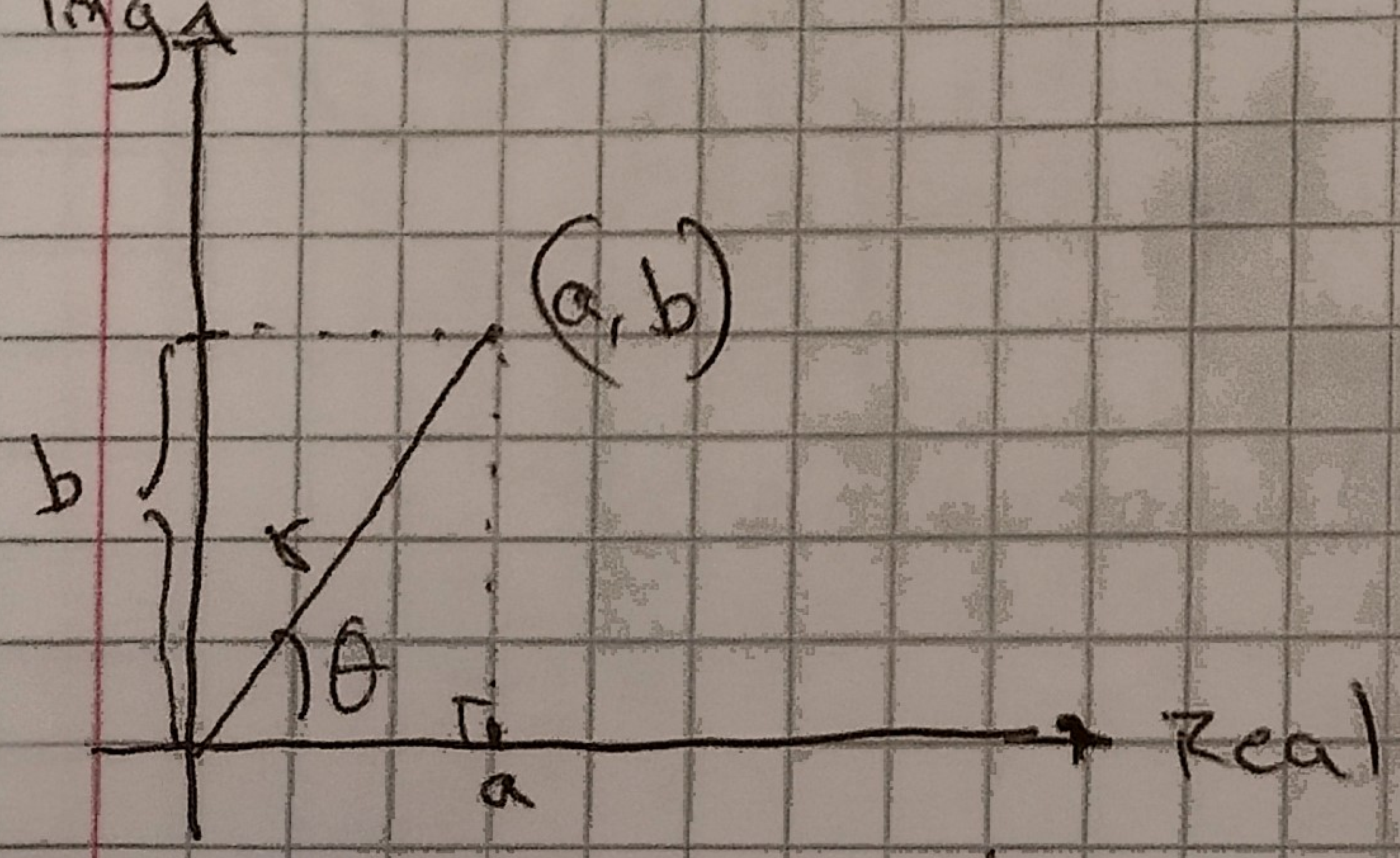
Euler

$z = re^{\theta i}$

multp
div
Pot
raiz

Binomica → Polar
$z = a + bi$ $\quad z = r(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)$

Diagrama de Argand. → Grafico q' representa un número complejo sobre el grafo complejo. Sirbe p' saber en q' cuadrante se encuentra.

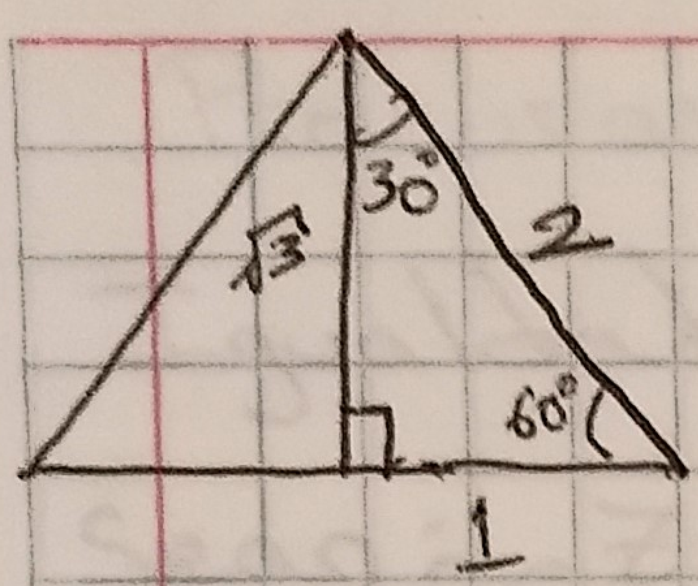


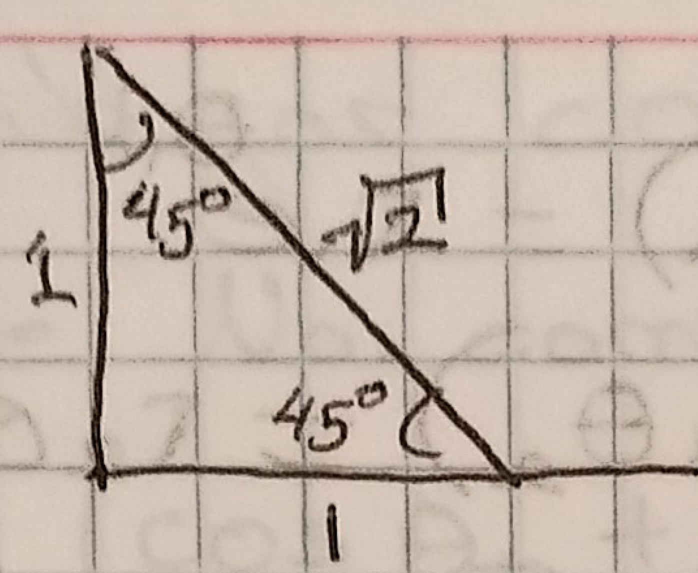
$r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{b}{a}$

Plano Complejo

Herramientas:





Se manejaran $30°$, $60°$ y $45°$

y multiplos de estos

Tambien se quiere poder cambiar:

Polar $\longrightarrow$ Binomica

$z = r(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta) \rightarrow z = a + bi$

$a = r\cos\theta$
$b = r\,\text{sen}\,\theta$

Tambien se puede querer:

Bin $\rightarrow$ Polar $\rightarrow$ Euler

$z = r(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)$ $\qquad z = re^{i}$

Herramienta: $\boxed{180° \rightarrow \pi}$

Ejm $180° = \pi$

$30° = x$

$\frac{30°}{180°}\pi = x \qquad x = \frac{\pi}{6}$

Ejr.

Sean $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1) = r_1 e^{\theta_1 i}$

$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2) = r_2 e^{\theta_2 i}$

$z_1 \cdot z_2 = [r_1(\cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1)] \cdot [r_2(\cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2)] = r_1 e^{\theta_1 i} r_2 e^{\theta_2 i}$

$= [r_1(\cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1)] \cdot [r_2(\cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2)]$

$= r_1 r_2 [\cos\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\, i\,\text{sen}\,\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_1\cos\theta_2 + i^2\,\text{sen}\,\theta_1\,\text{sen}\,\theta_2]$

$= r_1 r_2 [(\cos\theta_1\cos\theta_2 - \text{sen}\,\theta_1\,\text{sen}\,\theta_2) + (\cos\theta_1\,\text{sen}\,\theta_2 + \text{sen}\,\theta_1\cos\theta_2)\,i]$

Por trigonometría:
Herramientas

$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos\theta_1\cos\theta_2 - \text{sen}\,\theta_1\,\text{sen}\,\theta_2$

$\text{sen}(\theta_1 + \theta_2) = \cos\theta_1\,\text{sen}\,\theta_2 + \text{sen}\,\theta_1\cos\theta_2$

$= r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\,\text{sen}(\theta_1 + \theta_2)] = r_1 r_2 e^{(\theta_1 + \theta_2) i}$

Notación No Formal

$z_1 = r_1 \text{ cis } \theta_1$

$z_2 = r_2 \text{ cis } \theta_2$

$z_1 z_2 = r_1 r_2 \text{ cis}(\theta_1 + \theta_2)$

División

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\,\text{sen}(\theta_1 - \theta_2)]$

$= \frac{r_1}{r_2} e^{(\theta_1 - \theta_2) i}$

Potencia:

Procurar trabajar con θ Positivos

Igualdad de No. complejos en forma polar.

Sean: $z_1 = r_1 (\cos\theta_1 + i\,\text{sen}\,\theta_1)$
$z_2 = r_2 (\cos\theta_2 + i\,\text{sen}\,\theta_2)$

$z_1 = z_2 \iff r_1 = r_2 \;;\; \theta_1 = \theta_2 + K(360°)$

$K = 0, 1, 2, \ldots$

$\rightarrow z_1 = \sqrt{3}(\cos 120° + i\,\text{sen}\,120°)$

$z_2 = \sqrt{3}(\cos 480° + i\,\text{sen}\,480°)$

$$\begin{array}{r} 120 \\ +\,360° \\ \hline 480° \end{array} \rightarrow K=1$$

$\therefore$

Argumento Principal

$0 \leq \theta < 360°$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 720 \\ \hline 840 \end{array}$$

$z_3 = \sqrt{3}(\cos 840° + i\,\text{sen}\,840°)$

Ejemplo θ negativos

$$\frac{2(\cos 30° + i\,\text{sen}\,30°)}{16(\cos 180° + i\,\text{sen}\,180°)} = \frac{2(\cos 390° + i\,\text{sen}\,390°)}{16(\cos 180° + i\,\text{sen}\,180°)}$$

Ejemplo θ Negativos

$z^5 = \sqrt{3}(\cos 520° + i\,\text{sen}\,520°)$

$= \sqrt{3}(\cos 160° + i\,\text{sen}\,160°)$

$$\begin{array}{r} 520° \\ -\,360° \\ \hline 160 \end{array}$$

(Conjugado sólo en Binómica)

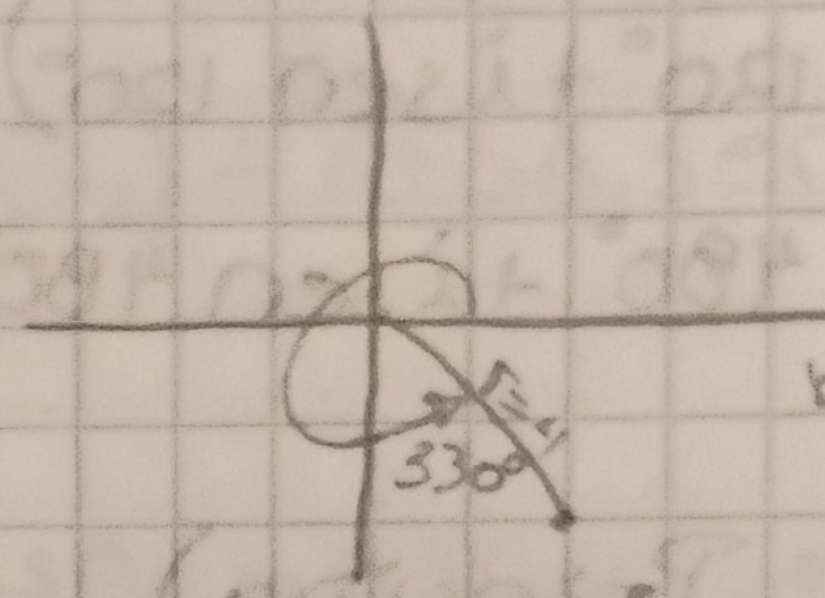
$z_1 = 4(\cos 330° + i \operatorname{sen} 330°)$

$z_2 = 6(\cos 210° + i \operatorname{sen} 210°)$

$z_3 = 2\, e^{\pi/3\, i}$

$\dfrac{\bar{z}_1 + z_2}{z_1\, z_3}$ } Expresarlo en: Binomica, Polar, Euler

$z = 4(\cos 330° + i \operatorname{sen} 330°)$



$a = r\cos\theta = 4\cos 330°\ (+)$

$b = r\operatorname{sen}\theta = 4\operatorname{sen} 330°$

$a = (+)\,4\cos 30°$

$b = (-)\,4\operatorname{sen} 30°$

cos(+)
sen(−)

$$\begin{array}{r} 360° \\ -\ 330° \\ \hline 30° \end{array}$$

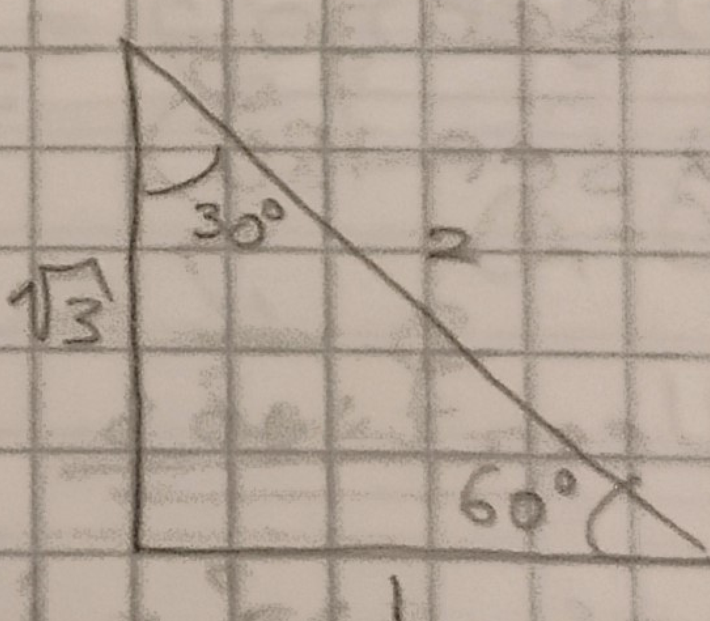
$a = (+)4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\sqrt{3}$

$b = (-)4\left(\frac{1}{2}\right) = -2$

cos(−) | cos(+)
sen(+)

$\therefore$

$z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$



$\dfrac{\bar{z}_1\, z_2}{z_1\, z_3} = \dfrac{2\operatorname{cis} 210°}{8\operatorname{cis} 390°} = \dfrac{2\cos 570°}{8\operatorname{cis} 390°} = \dfrac{1}{4}\operatorname{cis}(570° - 390°)$

$= \dfrac{2\operatorname{cis} 210°}{8\operatorname{cis} 390°}$

$\boxed{\overline{z_1} + z_2 = -\sqrt{3} - i}$

$\boxed{z_1 z_3 = 8 \text{ cis } 390^\circ}$

$\boxed{2 \text{ cis } 210^\circ}$

Euler

$\overline{z} + z_2 = 2 \text{ cis } 210^\circ \to$ Euler

$\boxed{\overline{z} + z_2 = 2e^{7/6 \pi i}}$

$z_1 = 4(\text{cis } 330^\circ + i \,\text{sen } 330^\circ) \to$ Euler

$4e^{\frac{11}{6}\pi i}$

$z_1 z_2 = \left(4e^{\frac{11}{6}\pi i}\right) 2e^{\frac{\pi}{3} i}\Big)$

$= 8e^{\left(\frac{11}{6}\pi + \frac{1}{3}\pi\right) i}$

$= 8e^{\frac{13}{6}\pi i}$

$\frac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 z_3} = \frac{2e^{\frac{7}{6}\pi i}}{8e^{\frac{13}{6}\pi i}}$

$= \frac{2e^{\frac{14}{6}\pi i}}{8e^{\frac{13}{6}\pi i}} = \frac{1}{4}e^{\pi i}$

$180^\circ - \pi$
$330^\circ - x$

$\frac{330^\circ \pi}{180^\circ}$

$\downarrow$

$\frac{11}{6}\pi$

Igualdad de No Complejos en Forma de Euler

Sean $z_1 = r_1 e^{\theta_1 i}$ $\quad z_2 = r_2 e^{\theta_2 i}$

$z_1 = z_2 \Leftrightarrow r_1 = r_2 \;;\; \theta_1 = \theta_2 + k(2\pi)$

$k = 0, 1, 2 \ldots$

Tip:

$\text{sen } 90^\circ = 1$
$\cos 90^\circ = 0$

$\cos 180^\circ = -1$
$\text{sen } 180^\circ = 0$

$\cos 0^\circ = 1$
$\text{sen } 0^\circ = 0$

$\text{sen } 270^\circ = -1$
$\cos 270^\circ = 0$

$$\frac{\left(\sqrt{2}\, e^{\frac{2}{3}\pi i}\right)(-1-i)}{\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}\right)+(4+3i)}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{8}}\left(\cos 300^\circ + i\,\text{sen}\,300^\circ\right)}$$

Teorema de Moivre

$$z^n = r^n \left[\cos(n\theta) + i \operatorname{sen}(n\theta)\right]$$

$$z^n = r^n e^{(n\theta)i}$$

$$z^n = r^n \operatorname{cis}(n\theta)$$

b) obtener la 5ª Potencia

$$2\left(\frac{z_1 - \overline{z_2}}{z_3^3}\right)$$

$$z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$z_2 = \sqrt{3}\, e^{3/2 \pi i}$$

$$z_3 = \sqrt{2}\left(\cos \tfrac{5}{3}\pi + i \operatorname{sen} \tfrac{5}{3}\pi\right)$$

Polar

R: $\frac{243\sqrt{2}}{8}\left(\cos 300° + i \operatorname{sen} 300°\right)$

ó $\frac{243}{4\sqrt{2}}\left(\cos 300° + i \operatorname{sen} 300°\right)$