Miercoles 3 Dic → 3er Parcial ← 10 - complejos, 10 Raices Polinomios. 20 Ejercicios.

Lun. en la Mañana ← 120 Ejs. ← Lun 8 Dic 1a Vuelta 3:30 P.M. a 6:30 P.M.

Lun 5 Ene 2a Vuelta

a) $z_1 = 2e^{\frac{\pi}{6}i}$

$z_2 = \frac{-3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}i$

$$\frac{z_1 z_2}{\overline{z_3} + 2\overline{z_2}}$$

$z_3 = 3(\cos 315° + i \operatorname{sen} 315°)$ En Binomi

$\boxed{2e^{5/3\pi i}}$ Euler

$\boxed{2(\cos 300° + i \operatorname{sen} 300°)}$

$\boxed{1 - \sqrt{3}i}$

Resultados

"**Raíces**" solo se puede hacer en Polar y Euler

Polar

$$z^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + k(2\pi)}{n}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{\theta + k(2\pi)}{n}\right)\right]_{k=0,1,2\ldots n-1}$$

$$= \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + k(360^\circ)}{n}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{\theta + k(360^\circ)}{n}\right)\right]_{k=0,1,2\ldots n-1}$$

$$= \sqrt[n]{r}\,\text{cis}\left(\frac{\theta + k(360^\circ)}{n}\right)_{k=0,1,2\ldots n-1}$$

Euler

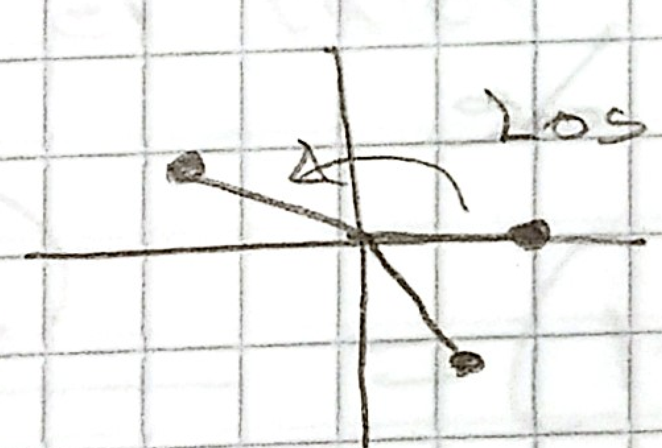
$$z^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\; e^{\left(\frac{\theta + k(2\pi)}{n}\right)i} \qquad k=0,1,2\ldots n-1$$

$\sqrt[3]{z} \rightarrow$ Tiene 3 Raíces: $w_0 = w\,(k=0)$

$w_1 = w\,(k=1)$

$w_2 = w\,(k=3)$

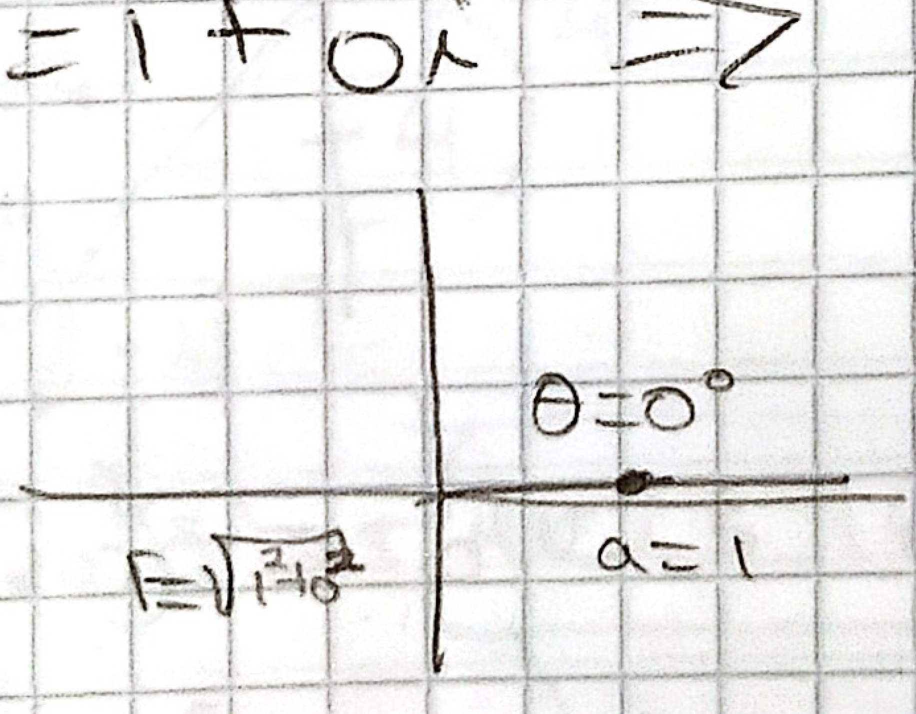
Al graficar da un círculo:
por ejm:



Los intervalos entre las raíces son iguales.

Ejm: Obtener las raíces cuartas primitivas de la unidad

$z = 1 + 0i \Rightarrow$ Polar $\qquad a=1$ y $b=0$



$$w_0 = \sqrt[4]{1}\left[\cos\left(\frac{0^\circ + 0(360^\circ)}{4}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{0^\circ + 0^\circ(360^\circ)}{4}\right)\right]$$

$$w_0 = \sqrt[4]{1}\,\text{cis}\left(\frac{0^\circ + 0(360^\circ)}{4}\right) = 1\,\text{cis}\,0^\circ$$

$$= 1(\cos 0^\circ + i\,\text{sen}\,0^\circ)$$

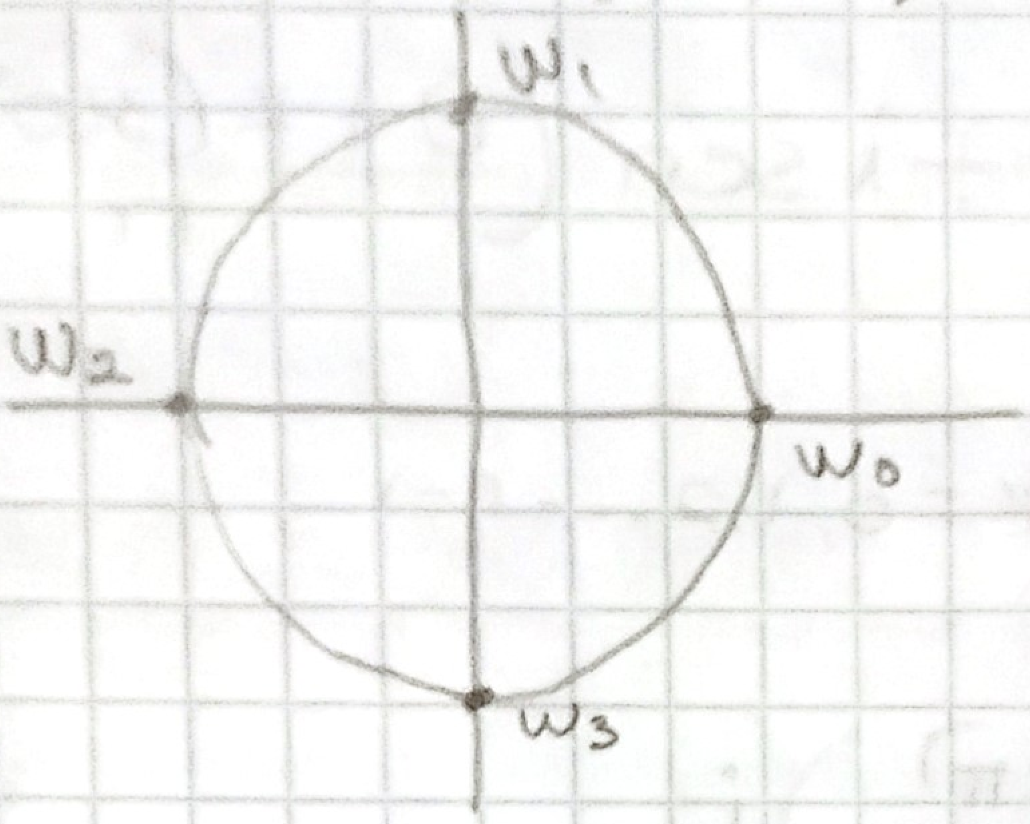
$$w_1 = \sqrt[4]{1}\,\text{cis}\left(\frac{0^\circ + 1(360^\circ)}{4}\right) = 1\,\text{cis}\,90^\circ$$

$$= 1(\cos 90^\circ + i\,\text{sen}\,90^\circ)$$

$$w_2 = \sqrt[4]{1}\ \text{cis}\left(\frac{0° + 2(360°)}{4}\right) = 2\ \text{cis}\ 180° = 1\left(\cos 180° + i \operatorname{sen} 180°\right)$$

$$w_3 = \sqrt[4]{1}\ \text{cis}\left(\frac{0° + 3(360°)}{4}\right) = 1\ \text{cis}\ 270° = 1\left(\cos 270° + i \operatorname{sen} 270°\right)$$

Grafico



Raices Primitivas:
$1, -1, i, -i.$

Para saber si son raices primitivas, hay que pasarlas a la forma binomica.

$1(\cos 0° + i \operatorname{sen} 0°) = 1 + 0i$

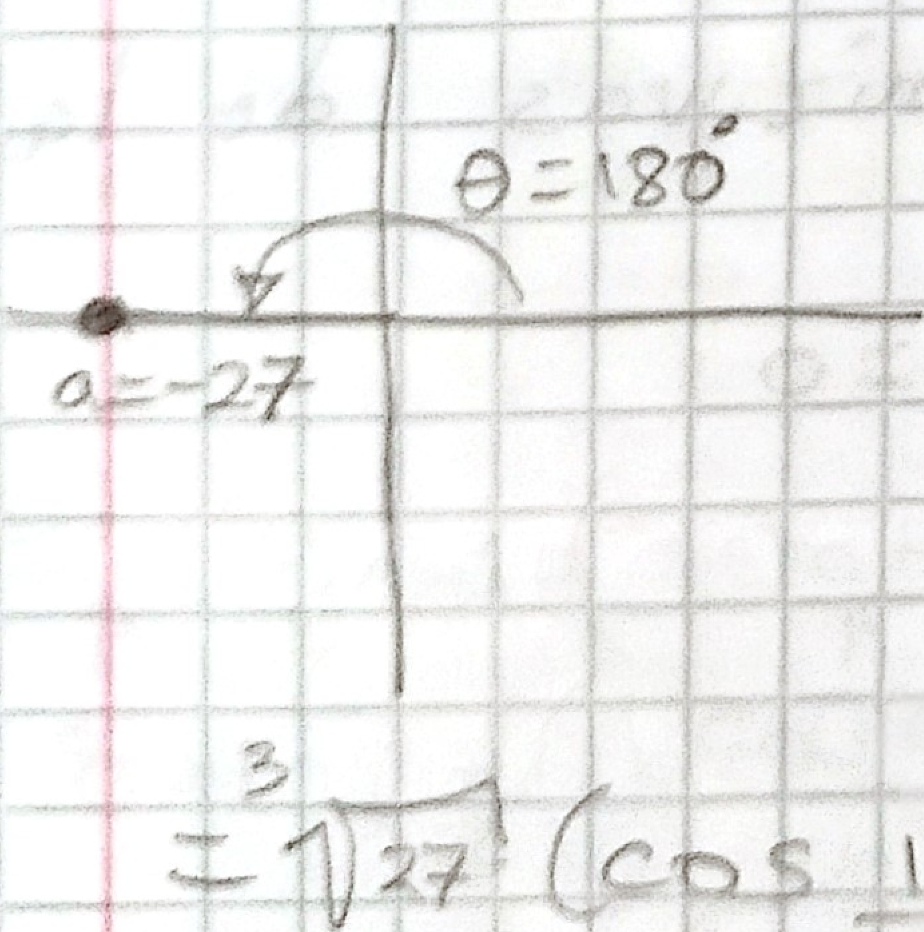
$1(\qquad) = 0 + i$

$1(\qquad) = -1 + 0i$

$1(\qquad) = 0 - i$

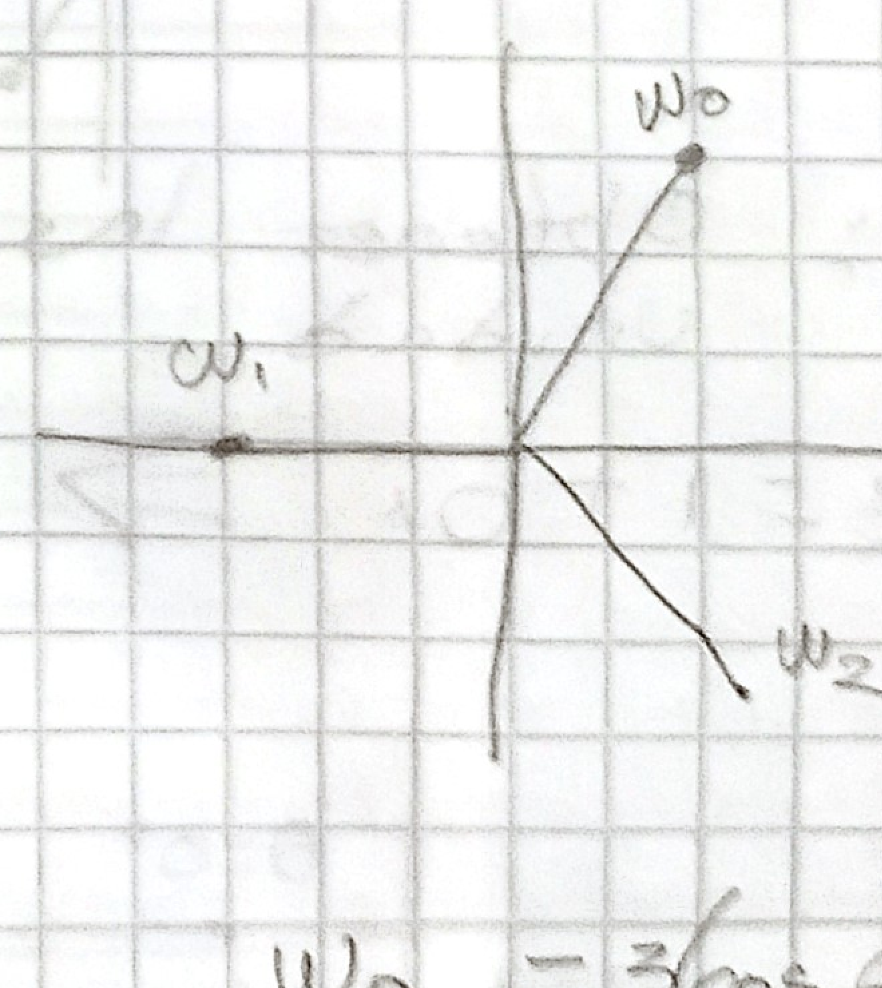
Ej.
Obtener las raices cubicas de

$z = -27$ y Graficar.



$a = -27$
$b = 0$

$r = 27$



$$= \sqrt[3]{27}\left(\cos \frac{180°}{3} + i \operatorname{sen} \frac{180°}{3}\right)$$

$w_0 = 3(\cos 60° + i \operatorname{sen} 60°)$

$w_1 = 3(\cos 180° + i \operatorname{sen} 180°)$

$w_2 = 3(\cos 300° + i \operatorname{sen} 300°)$

Pasar a binomicas para checar conjugados

$$\begin{array}{r} 45 \\ 135 \\ \hline 225 \end{array}$$

Binómica
↓

Tarea

a) Resolver la Ec: $x^4 = -4$

1. $x = \sqrt[4]{-4}$

b) obtener el valor o valores $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ec:

1. $z^{4/3} = (\quad)^3$

$$\frac{2(1-i)}{z^{4/3}} = (1+i)$$

$$w_0 = \sqrt[4]{4}\,\text{cis}\left(\frac{180^\circ + 0(360^\circ)}{4}\right) = \sqrt{2}\,\text{cis}\,45^\circ$$

$x^4 = -4$

$(x^4)^{\frac{1}{4}} = (-4)^{\frac{1}{4}}$

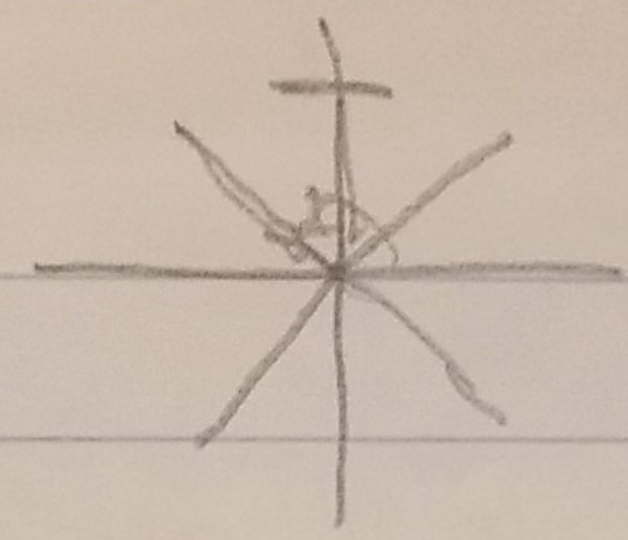
$$w_1 = \sqrt[4]{4}\,\text{cis}\left(\frac{180^\circ + 1(360^\circ)}{4}\right) = \sqrt{2}\,\text{cis}\,135^\circ$$

$x = \sqrt[4]{-4}$

$-4 \Rightarrow$ Polar $\boxed{4\,\text{cis}\,180^\circ}$

$$w_2 = \sqrt[4]{4}\,\text{cis}\left(\frac{180^\circ + 2(360^\circ)}{4}\right) = \sqrt{2}\,\text{cis}\,225^\circ$$

$$w_3 = \sqrt[4]{4}\,\text{cis}\left(\frac{180^\circ + 3(360^\circ)}{4}\right) = \sqrt{2}\,\text{cis}\,315^\circ$$



45
180
225

$= \sqrt{2}\,(\cos 45° + i\ \text{sen}\ 45°) = 1 + i$

$= \sqrt{2}\,(\cos 135° + i\ \text{sen}\ 135°) = -1 + i$

$= \sqrt{2}\,(\cos 225° + i\ \text{sen}\ 225°) = -1 - i$

$= \sqrt{2}\,(\cos 315° + i\ \text{sen}\ 315°) = 1 - i$

Suponiendo $x^4 = 4$ son los mismos resultados si.

Divide los modulos y resta los argumentos

Ob. el valor de $z \in \mathbb{C}$ q' satisfaga la ec:

$$\frac{2(1-i)}{z^{4/3}} = 1+i$$

$\theta = 45°$

cos

$$\begin{array}{r} 45 \\ 270 \\ \hline 315 \end{array}$$

$180° = \pi$

$315° = ?$

$\frac{315°\pi}{180°}$

$\frac{7}{4}\pi$

$$z^{4/3} = \frac{2(1-i)}{(1+i)}$$

$$z^{4/3} = 2\frac{(\cos 315° + i \operatorname{sen} 315°)}{\cos 45° + i \operatorname{sen} 45°}$$

$$z^{4/3} = 2\frac{e^{7/4\pi}}{e^{1/4\pi}} = 2e^{6/4\pi}$$

$$z^{4/3} = 2e^{6/4\pi}$$

$$z = \left(2e^{6/4\pi}\right)^{3/4}$$

$$z = \sqrt[4]{8}\, e^{18/16\pi}$$

$2 \cdot 2 \cdot 2 =$

$8i$

$$z = \sqrt[4]{8}\, e^{9/8\pi}$$

180

$$z = \sqrt[4]{8}\left(\cos \frac{190°}{4} + i \operatorname{sen} \frac{190°}{4}\right)$$

$$z^{4/3} = \frac{2(1-i)}{1+i} = \frac{2-2i}{1+i}\frac{(1-i)}{(1-i)} = -2i$$

$$\left(z^{4/3}\right)^3 = (-2i)^3 \qquad z =$$

$$= 8(\cos 90° + i \operatorname{sen} 90°)$$

$$\begin{array}{r} 22.5 \\ 4\overline{)90} \\ 10 \\ 20 \end{array}$$

$$w_0 = \sqrt[4]{8}\left(\cos \frac{90°}{4} + i \operatorname{sen} \frac{90°}{4}\right)$$

$$w_0 = \sqrt[4]{8}\left(\cos 22.5° + i \operatorname{sen} 22.5°\right)$$

$\boxed{112.5}$

Pseudo
Speudo
Solución al examen

1) $(A, *, \square)$ de la

Sea $a, b \in A$

Cerradora : $a * b \in A$

$$a * (b * c) = (a * b) * c$$

Existencia elem. id.
sea $a \in A$ $\quad$ M el id
$\boxed{a * M = M * a = a}$ $\quad$ chance a $\quad$ 1) $a * M = a$ $\quad$ 2) $M * a = a$ $\quad$ 3) $M \in A$

2) $(A, *, \alpha)$

$$A = \left\{ \frac{x}{2y} \,/\, x, y \in \mathbb{Z} \,;\, y \neq 0 \right\}$$

$x * y = x + y$

$x \alpha y = \frac{1}{3} xy$ $\quad$ Existe la unidad del anillo.
Existe el Idéntico 2ª Op

Sea $\frac{x}{2y} \in A \,;\, x, y \in \mathbb{Z} \,;\, y \neq 0$

1) $\frac{x}{2y} \alpha M = \frac{x}{2y}$ $\quad$ 2) $M \alpha \frac{x}{2y} = \frac{x}{2y}$ $\quad$ 3) $M \in A$

$\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2y}\right) M = \frac{x}{2y}$ $\quad$ $\frac{xM}{6y} = \frac{x}{2y}$ $\quad$ $M = 3 \in A$

$\frac{6}{2(1)} \in A$

3) - Cerrad (Multp)
- Existe el Id (suma)

$$(\quad\quad) + (\quad\quad) i \in \mathbb{C}$$

Los reales son cerrados frente a la multiplicación y a la suma (es lo que se tenía que escribir).

4) Teníamos que poner $(A_1, *)$ $A_1 = \{\cdot \cdot \cdot\}$

Grupo Operación

$(\{a,b\}, *)$

5) Era muy larga

6) Polinomio: $P_2 = \{ P(x) / P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \cdots \in \mathbb{R} \}$

- Cerradura Demostración
- Id
- Inv

} No Demostración

Sea $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$P'(x) = a'_0 + a'_1 x + a'_2 x^2$

$= b_0 + b_1 x + b_2 x^2$

$P(x) \cancel{*} P'(x) = \in P_2$

$= (a_0 + b_0) \cancel{*} (a_1 + b_1) x + (a_2 + b_2) x^2$

El $\mathbb{R}$ cerrado bajo la suma

$id = 0 + 0x + 0x^2$

$inv = -a_0 - a_1 x - a_2 x^2$

→ Faltan raíces de polinomios

Raices de Polinomios

$f(x) = 6x^3 + x^2 - 20x - 12$

Si no es solución -i no isistir con los sig.

N_o Raices Totales = 3

N_o Raices nulas = no hay

PRQ = P = $\pm$ nos divisibles de a_0

PRQ = $\frac{p}{q} \Rightarrow \pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 3 \pm 2 \pm 1$

$q \Rightarrow \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

PRQ $\pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 2, \pm 3, \pm 1, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}$

Ordenadas de mayor a menor

PRQ $12 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{4}{3} \quad 1 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6}$

LIR

Regla de los signos de descartes

PRR:(+) : $f(x) = 6x^3 + x^2 - 20x - 12$ $\quad$ PRR(+): 1

$+ \quad + \quad - \quad -$

PRR(-): $f(-x) = 6x^3 + x^2 - 20x - 12$ $\quad$ PRR(-): 2, 0

no col = (no. PRR (+)) (no. PRR (-))

$1 \qquad 2$

Raices de Polinomios

	6	1	-20	-12
-1		-6	5	15
	6	-5	-15	$\boxed{3}$

No es raiz

LIR: (al probar con PRQ (-) se observa en la parte inferior signos alternos.

Probar co el sig. entero positivo

(110)

PRR +	1	1
PRR -	2	0
PRC	0	2
Total	3	3

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 1 & -20 & -12 \\ -2 & \downarrow & -12 & 22 & -4 \\ \hline & 6 & -11 & 2 & \boxed{-16} \end{array} \rightarrow \boxed{3}$$

Si se observa un cambio de signo en dos valores consecutivos 1 y 2 entonces ~~por~~ entre los 2 valores existe por lo menos una raiz real.

$\boxed{-1}$ → Fue un limite inferior de raiz.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 1 & -20 & -12 \\ -3/2 & \downarrow & -9 & 12 & 12 \\ \hline & 6 & -8 & -8 & \boxed{0} \end{array}$$

Asi es que probamos con $-3/2$

→ Ya salio una raiz

$x_1 = -3/2$

PRR(+)	1
PRR(-)	2
PRC	0
Total	3

Por lo tanto cancelo una columna

Representan los coeficientes del sig. polinomio.

$F(x) = 6x^2 - 8x - 8$

÷ 2

$6x^2 - 8x - 8 = 0$

$\overset{a}{3x^2} - \overset{b}{4x} - \overset{c}{4} = 0$

$16 \times 3 = 48$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(3)(-4)}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} \quad + \frac{12}{6} = \boxed{+2} \quad \rightarrow -\frac{2}{3}$$

$$\frac{4 - 8}{6} \quad \frac{-4}{6} = \boxed{-\frac{2}{3}} \rightarrow 2$$

T

PRQ → Posibles raices racionales.

Ej: 4 $f(x) = 4x^7 - 4x^6 - 9x^5 + x^4 + 2x^3$

No de Raices totales = 7

Cuando el ultimo termino no es cte. su exponente indica o raices nulas

No de Raices Nulas = 3

$x_1 = 0$
$x_2 = 0$
$x_3 = 0$

$f'(x) = 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2_{a_0}$ → ±2, ±1

$PRQ = \frac{P}{q} \begin{array}{l} \to \pm 2, \pm 1 \\ \to \pm 1, \pm 2, \pm 4 \end{array}$

$PRQ = \pm 2, \pm 1, \pm \frac{1}{2}\ \pm \frac{1}{4}$

Regla de los signos de descartes

$PRR(+): f'(x) = 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2$

$+\ -\ -\ +\ +$

1 1 → cambios de signos

PRR(+): 2, 0

$PRR(-): f'(-x) = 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2$

$+\ +\ -\ -\ +$

1 1

PRR(-): 2, 0

Que no salgan columnas repetidas

PRR (+)	2	2	0	0
PRR (-)	2	0	2	0
PRC	0	2	2	4
Total	4	4	4	4

Empezamos con entero negativo mayor → -1

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 4 & -4 & -9 & 1 & 2 \\ -1 & & -4 & 8 & 1 & -2 \\ \hline & 4 & -8 & -1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

No es limite inf de raiz.

$f''(x) = {}_{a_n}4x^3 - 8x^2 - x + 2_{a_0}$

$PRQ = \frac{P:}{q:}$

a_0 y a_n son iguales q' el anterior

$PRQ = \pm 2, \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}$

	4	-8	-1	2
-1	↓	-4	12	-11
	4	-12	11	-9
	+	−	+	−

→ Es un limite inferior de raiz
∴ Probamos con el que le sigue de la recta num. hacia la derecha

	4	-8	-1	2
$-\frac{1}{2}$		-2	5	-2
LIR	4	-10	4	$\boxed{0}$

$F'''(x) = 4x^2 - 10x + 4 = 0$

$F^{IV}(x) = \overset{a}{2}x^2 - \overset{b}{5}x + \overset{c}{2}$

$$\frac{+5 \pm \sqrt{25 - 4(2)(2)}}{2a}$$

$$\frac{+5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{+5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$F(t) = t^6 - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + 24$

Algebra 2ª Parte:

$$f(t) = t^6 - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + \underset{a_0}{24}$$

No de Raices Totales: = 6

No de Raices Nulas: = 0

$PRQ = \dfrac{p}{q} \Rightarrow \dfrac{\pm 24, \pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 2, \pm 1}{\pm 1}$

Regla de los signos

$PRR(+): f(t) = t^6 - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + 24$

$+ \quad - \quad - \quad - \quad - \quad + \quad +$

$1 \qquad 1$

$PRR(+) = 2, 0$

→ se le resta el sig. num. par inferior

$PRR(-) = f(-t) = t^6 - 2t^5 + t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + 24$

$+ \quad + \quad - \quad + \quad - \quad - \quad +$

$PRR(-) = 4, 2, 0 \qquad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

	1	-2	-1	-4	-14	16	24
-1		-1	+3	-2	+6	+8	-24
	1	-3	2	-6	-8	24	0

$\boxed{X_1 = -1}$

$\underset{a_n}{t^5} - 3t^4 + 2t^3 - 6t^2 - 8t + \underset{a_0}{24}$

No R T = 5

No R N = 0

$PRQ = \dfrac{p}{q} = \dfrac{\pm 24, \pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 2, \pm 1}{\pm 1}$

	1	-3	2	-6	-8	24
-1		-1	4	-6	+12	-4
	1	-4	6	-12	4	20

	1	-3	2	-6	-8	24
-2		-2	+10	-24	+60	-104
	1	-5	12	-30	52	-80

	1	-3	2	-6	-8	24
-4		-4	28	-120	+	-
	1	-7	30	-126	+	-

	1	-3	2	-6	-8	24
1		1	-2	0	-6	-14
	1	-2	0	-6	-14	10

	1	-3	2	-6	-8	24
2		2	-2	0	-12	-40
	1	-1	0	-6	-20	-16

	1	-3	2	-6	-8	24
3		3	0	6	0	-24
	1	0	2	0	-8	$\boxed{0}$

$\boxed{x_2 = 3}$

$f(t) = t^4 + 0t^3 + 2t^2 + 0t - 8$ $\qquad$ $f''(t) = t^4 + 2t^2 - 8$

an $\qquad\qquad$ a_0 $\qquad$ PRR(t) = 4

$\frac{p}{q} = \frac{\pm 8, \pm 4, \pm 2, \pm 1}{\pm 1}$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -8 \\ -1 & & -1 & 1 & -3 & 3 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -8 \\ -2 & & -2 & 4 & -12 & 24 \\ \hline & 1 & -2 & 6 & -12 & 16 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -8 \\ 1 & & 1 & 1 & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 3 & -21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -8 \\ 2 & & 2 & 4 & 12 & 24 \\ \hline & 1 & 2 & 6 & 12 & 16 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -8 \\ 3 & & 3 & 9 & 33 & 99 \\ \hline & 1 & 3 & 11 & 33 & 91 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} & 1 & 2 & -8 \\ -1 & & -1 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & -9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 2 & -8 \\ -2 & & -2 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & -8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} & 1 & 2 & -8 \\ -4 & & -4 & 8 \\ \hline & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$\boxed{x_3 = -4}$

$t^2 - 2 = 0$

$t = \sqrt{2}$

$\boxed{x_4 = \sqrt{2}}$

$\boxed{x_5 = -\sqrt{2}}$

$$f(t) = \underset{a_n}{t^6} - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + \underset{a_0}{24}$$

No raices totales = 6

$PRQ = \frac{p}{q} \quad \frac{\pm 24 \quad 12 \quad 8 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1}{\pm 1}$

$PRQ = \pm 24 \quad 12 \quad 8 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$

$PRR(+): f(t) = t^6 - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + 24$

$+ \quad - \quad - \quad - \quad - \quad + \quad +$

$\quad 1 \qquad\qquad 1$

$PRR(+): 2, 0$

$PRR(-): f(-t) = (-t)^6 - 2(-t)^5 - (-t)^4 - 4(-t)^3 - 14(-t)^2 + 16(-t) + 24$

$+ \quad + \quad - \quad + \quad - \quad \cancel{+} \quad +$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1$

$PRR(-): 4, 2, 0$

Se resta hasta que salga 0 o 1

Los signos de descartes solo es una vez y es al principio.

La tabla es opcional:

Columnas: Numero de Dig. de $PRR(+) \times PRR(-) = 6$

$\underbrace{2,0}_{2} \times \underbrace{4,2,0}_{3} = 6$

PRR(+)	2	0	2	0	2	0
PRR(-)	4	2	0	4	2	0
PRC	0	4	4	2	2	6
Total	6	6	6	6	6	6

No se deben repetir columnas.

Y tiene que estar equilibradas las ~~=~~ 1as filitas de columnas

Se empieza con el entero negativo mayor

$$\boxed{t_1 = -1}$$

	1	-2	-1	-4	-14	16	24
-1		-1	3	-2	6	+8	-24
	1	-3	2	-6	-8	24	$\boxed{0}$

→ No es limite inferior de raiz.

↓ De la tabla Cancelo columnas que tenia PRR(-) = 0

$$f'(t) = t^5 - 3t^4 + 2t^3 - 6t^2 - 8t + 24$$

Como a_n y a_0 son los mismo que el anterior

PRQ = ±24, ±12, ±8, ±6, ±4, ±3, ±2, ±1

- Si un valor es raiz, puede volver a serlo
- Si un valor no es raiz, nunca lo sera.

	1	-3	2	-6	-8	24
-1		-1	4	-6	12	-4
	1	-4	6	-12	4	$\boxed{20}$

→ No es limite inf. de raiz. ∴ continue con el entero negativo que sigue = -2

	1	-3	2	-6	-8	24
-2		-2	10	-24		
LIR	1	-5	12	-3	52	$\boxed{-80}$
	+	-	+	-	+	-

Cuando hay cambio de signo ∴ por lo menos hay un valor entre estos 2 valores.

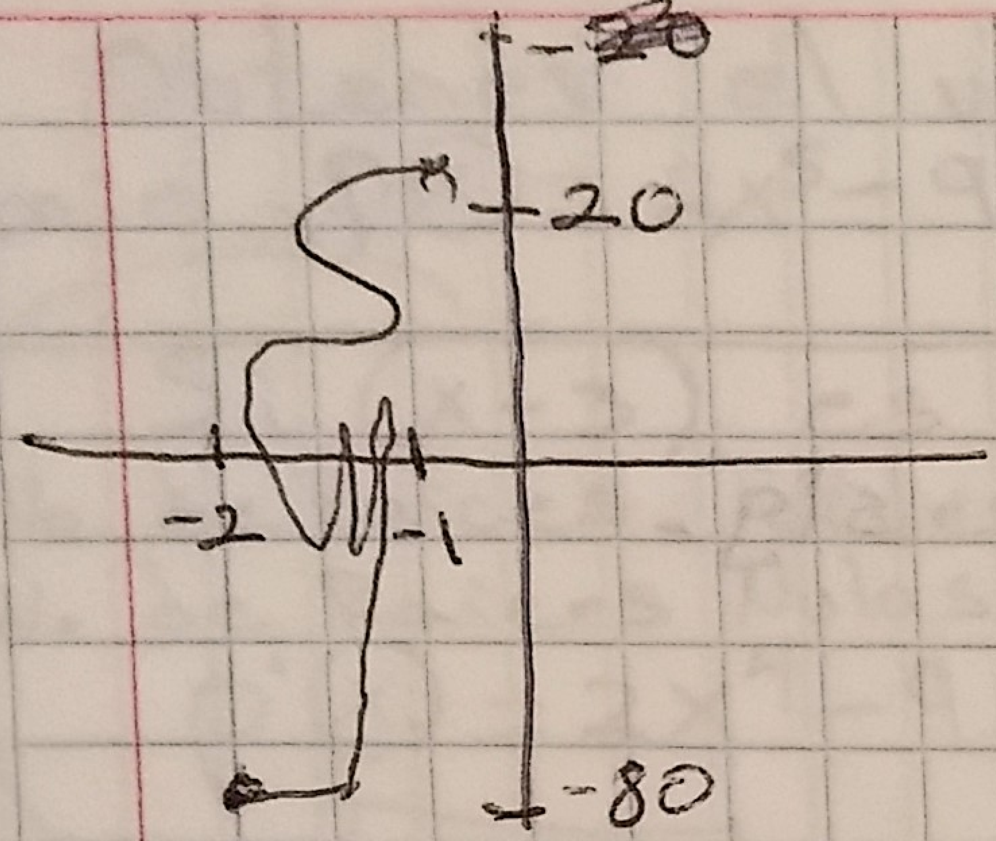
* stand by (teorema del Residuo)

Evaluar el polinomio con el valor de -1 y -2

$f(-1) = (-1) - 3 - 2 - 6 + 8 + 24 = 20$

$f(-2) = -32 - 48 - 16 + 12 + 16 + 24 = -80$

P. Examen: Checar que (-1) y (-2) ~~son~~ LRRP



Entre -1 y -2 hay por lo menos un punto.

End stand By

1	1	-3	2	-6	-8	24
		1	-2	0	-6	-14
	1	-2	0	-6	-14	$\boxed{10}$

→ No es LSR

LSR: Limite superior de Raiz
→ Cuando se tienen puros +
LSR + + + + +

2	1	-3	2	-6	-8	24
		2	-2	0	-12	-40
	1	-1	0	-6	-20	$\boxed{-16}$

Cambio de signo hay por lo menos 1 R.R. ÷ estos valores

3	1	-3	2	-6	-8	24
		3	0	6	0	-24
	1	0	2	0	-8	$\boxed{0}$

Comprobar con el teorema de residuo que 3 es raiz:

$$f(3) = 3^5 - 3(3)^4 + 2(3)^3 - 6(3)^2 - 8(3) + 24 = 0$$

$$\boxed{t_2 = 3}$$

Seguimos:

cancelamos columnas

$$f''(t) = t^4 + 0t^3 + 2t^2 + 0t - 8$$

$$f''(t) = t^4 + 2t^2 - 8$$ → Aplicamos tecnica: cambio de variable

solo se aplica en estas situaciones de variable

$$\underbrace{x^4 - 8}, \; \text{ó} \; \underbrace{x^4 + 2x^2 - 8}$$

si $y = t^2$

$$\therefore f(y) = y^2 + 2y - 8$$

$$(y-2)(y+4)$$

$y = 2$, $y = -4$

$t = \sqrt{y}$

$\boxed{t_{3,4} = \pm\sqrt{2}}$ y $\boxed{t_{5,6} = \pm\sqrt{-4}}$

$t_{5,6} = \pm 2i$

Las raices complejas e irracionales vienen por pares

Las complejas son ella y su conjugado

Cancelamos columnas y queda $\begin{matrix}2\\2\\2\\6\end{matrix}$

T. obtener las raices del polinomio sig.

$f(t) = 4t^6 - 5t^4 - 7t^2 + 2$

si $f(i) = 0$

ejr anterior

$f(t) = t^6 - 2t^5 - t^4 - 4t^3 - 14t^2 + 16t + 24$

$t_1 = \cancel{2}$ $\quad$ $t_4 = -\sqrt{2}$

$t_1 = -1$ $\quad$ $t_5 = 2i$

$t_2 = 3$ $\quad$ $t_6 = -2i$

$t_3 = \sqrt{2}$

Factorizar el pol $f(t)$

$(t - \alpha)$ es un factor de $f(t)$

si solo si $f(\cancel{t}) = 0$

$f(\alpha) = 0$

$(t+1)(t-3)(t-\sqrt{2})(t+\sqrt{2})(t-2i)(t+2i)$

$(x-3)$ es un factor del polinomio.

$(t+1)(t-3)$

La multiplicación es otro factor

Obtener el valor de α y las raices del polinomio $p(x) = 2x^5 - 9x^4 + 11x^3 - \alpha x^2 - 6x$

Si $(x-3)$ es un factor del polinomio

No de Raices Totales $= 5$

No. de Raices Nulas: $= 1$

→ Ya me estan dando $\boxed{x_1 = 0}$ y se baja a un exponente al polinomio.

$p'(x) = 2x^4 - 9x^3 + 11x^2 - \alpha x - 6$

$\boxed{x_2 = 3}$

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -9 & 11 & -\alpha & -6 \\
3 & & 6 & -9 & 6 & 18-3\alpha \\
\hline
 & 2 & -3 & 2 & 6-\alpha & \boxed{12-3\alpha}
\end{array}
$$

$12 - 3\alpha = 0$

$12 = 3\alpha$

$\boxed{\alpha = 4}$

2 -3 2 2

$p''(x)\ \underset{a_n}{2}x^3 - 3x^2 + 2x + \underset{a_0}{2}$

$PRR = \frac{p}{q} = \frac{\pm 2, \pm 1}{\pm 1, \pm 2}$ → De Mayor a menor / → De menor a Mayor

$PRQ = \pm 2, \pm 1, \pm \frac{1}{2}$

Regla de los signos de descartes

PRR (+) : $\underbrace{+ \quad -}_{1} \underbrace{\quad + }_{1}\quad +$ $\qquad p''(+t)$

PRR(+) = 2, 0

PRR (-) : $- \quad - \quad \underbrace{- \quad +}_{1}$ $\qquad p''(-t)$

PRR (-) : 1

PRR +	2	0
PRR -	1	1
PRC	0	2
Total	3	3

Lunes examen
4 Preguntas

	2	-3	2	2
-1		-2	5	-7
	2	-5	7	$\boxed{-5}$
	+	-	+	-

→ Limite inferior de Raiz.

	2	-3	2	2
$-\frac{1}{2}$		-1	2	-2
	2	-4	4	$\boxed{0}$

$$\boxed{x_3 = -\frac{1}{2}}$$

$p'''(x) = 2x^2 - 4x + 4$

$p'''(x) = x^2 - 2x + 2$

$a = 1 \;,\; b = -2 \;,\; c = 2$

$x_{4,5} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2)}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{-4}}{2} = \dfrac{2 \pm 2i}{2}$

$x_4 = 1 + i \quad , \quad x_5 = 1 - i$

Factorizar el Polinomio :

$f(t) = 4t^6 - 5t^4 - 7t^2 + 2$

Si $f(i) = 0$

Sol. Previa.

$$\boxed{(t - i)(t + i)(t + \sqrt{2})(t - \sqrt{2})(t + \tfrac{1}{2})(t - \tfrac{1}{2})}$$

$x_1 = i$
$x_2 = -i$

	4	-5	-7	2
i				

Dos caminos:

a)

	4	0	-5	0	-7	0	2
i							

$f'(t) = 5^{\underline{o}}$ Grado

b)

$\underbrace{(t-i)\,(t+i)}_{t^2+1}$

$$\begin{array}{r|l} & 4t^4 - 9t^2 + 2 \\ \hline t^2+1 & 4t^6 - 5t^4 - 7t^2 + 2 \\ (-) & 4t^6 + 4t^4 \\ \hline & 0 \quad -9t^4 - 7t^2 + 2 \\ & (-) -9t^4 - 9t^2 \\ \hline & 0 \quad 2t^2 + 2 \end{array}$$

$4t^4 - 9t^2 + 2$

$f'(t) = 4t^4 - 9t^2 + 2$

$x = t^2 \qquad 4x^2 - 9x + 2 = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{+b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\boxed{x_1 = 2} \qquad \boxed{x_2 = \frac{1}{4}}$

$si\ t^2 = x \qquad \boxed{t_3 = \sqrt{2}} \qquad \boxed{t_5 = \frac{1}{2}}$

$\boxed{t_4 = -\sqrt{2}} \qquad \boxed{t_6 = -\frac{1}{2}}$

Lun 8 Dic. 1ª Vuelta 3:30 P.M.
viernes 5 de Dic entrega de Ejr. en la mañana

T. Polinomio

$$f(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

Se K un campo, polinomio/K es una función $f: K \to K$ tal que $t \in K \therefore f(t) = a_n t^n \dots$

T. del Residuo

Cuando un polinomio $f(t)$ se divide entre $(t-a)$ donde $a \in \mathbb{C}$; el residuo es $f(a)$

T. del Factor

Un polinomio $f(t)$ es divisible entre $t-a$ si y solo si $f(a) = 0$

$(t-a)$ es un factor del pol $f(t)$ si y sólo si $f(a) = 0$

Def: Sea $\alpha \in \mathbb{C}$ y sea f un polinomio definido sobre $\mathbb{C}$, entonces α es raiz del polinomio si y solo si $f(\alpha) = 0$

Teorema del Factor

Un pol $f(t)$ es divisible entre $(t-\alpha) \Longleftrightarrow f(\alpha) = 0$

$(t-\alpha)$ es un factor del pol $f(t) \Longleftrightarrow f(\alpha) = 0$

Teorema Fundamental del Algebra:

Todo pol. de grado mayor o igual a uno, tiene por lo menos una raiz.