PROCESOS ESTOCÁSTICOS.

La utilidad de los procesos estocásticos esta presente en todos los niveles de nuestra vida. A continuación daremos algunos ejemplos.

Movimiento Browniano: en 1827 el botánico ingles Robert Brown descubrió que partículas de pequeño tamaño inmersas en un fluido, presentan movimientos irregulares observables al microscopio. En 1905, Einstein demostró que este movimiento podía ser explicado suponiendo que la partícula estaba sometida a continuos choques de las moléculas del fluido. Representando por X_t al desplazamiento que, desde la posición inicial, ha experimentado la partícula en el tiempo t, y considerando que X_t es un proceso estocástico de incrementos normales estacionarios independientes de media cero, Wiener explico en 1923, con mayor precisión y de manera más completa a este movimiento. Este tipo de procesos estocásticos de Wiener (también conocidos como procesos de Wiener - Levy) que originalmente se crearon para explicar el movimiento browniano, se ha aplicado fertilmente a otros campos como el estudio de las fluctuaciones de los precios o la mecánica cuántica.

Trayectoria de partículas en una burbuja.

Fenómenos radioactivos: Suponiendo que una materia radioactiva esta formada por un conjunto de núcleos todos ellos con la misma probabilidad de desintegrarse en la unidad de tiempo y de forma independiente unos de otros, y designando por X_t el número de átomos que se han desintegrado hasta el instante t, X_t es un proceso estocástico de Poisson, lo que permite estudiar eficazmente a este tipo de fenómenos.

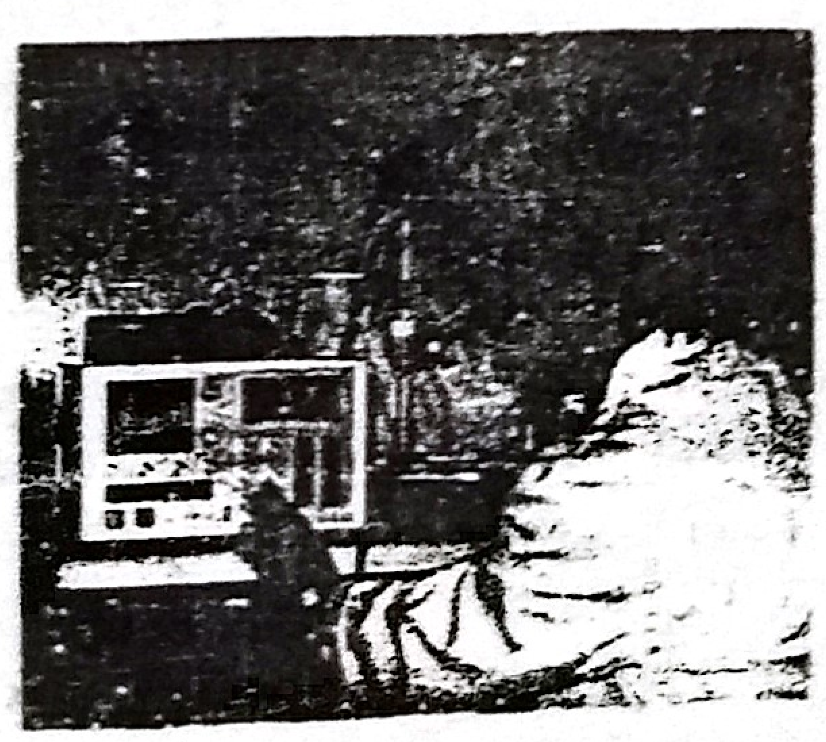
Fallas en componentes electrónicos: Admitiendo que el tiempo que transcurre desde que un aparato se pone en funcionamiento hasta que se avería es un variable aleatoria exponencial, y si designamos por X_t al numero de aparatos averiados hasta el instante t, X_t es también un proceso de Poisson, lo que facilita el estudio de este tipo de fenómenos.

Llamadas telefónicas: Como en los casos anteriores, el numero de llamadas telefónicas que se reciben en una central telefónica puede ser modalizado como un proceso de Poisson, lo que permite estudiar, por ejemplo, el numero de líneas que deben instalarse en una central, para poder cumplir con la demanda de servicio.

Ruido de agitación térmica: los movimientos aleatorios de los electrones en una resistencia de circuito eléctrico producen fluctuaciones de voltaje entre los bordes de esta resistencia. Al voltaje fluctuante X_t se le denomina ruido de agitación térmica, y puede ser estudiado mediante un proceso estocástico cuya ley de probabilidades no depende más que de la resistencia ohmica y de la temperatura absoluta.

Ruido blanco: las perturbaciones aleatorias que aparecen en muchos fenómenos reales se representan adecuadamente mediante un proceso estocástico formado por variables aleatorias independientes. En general, estas variables aleatorias se consideran que son normales (gaussianas). A este proceso aleatorio se le denomina Ruido Blanco.

Proceso de nacimiento y muerte: numerosos fenómenos biológicos como revolución genética, la distribución espacial de plantas y de animales, la propagación de epidemias, la lucha por la vida de poblaciones que compiten, etc., pueden ser estudiadas mediante procesos estocásticos.



Los proceso estocásticos son muy utilizados por los científicos.

Teoría de colas: las personas que esperan a que se les venda un billete de cine, de tren o de avión, las maquinas que esperan ser reparadas, los mensajes que forman una cola para ser emitidos o recibidos forman una línea de espera o una cola. La ciencia que estudia estos fenómenos se denominan Teoría de colas y se fundamentan en los procesos estocásticos.

Los procesos estocásticos son la bese de la teoría de colas.

Control de stocks: en los centros de distribución comercial se presenta el importante problema de determinar cuando hay que hacer un pedido para reponer sus existencias y cuanto hay que pedir. Se desea minimizar el coste del material inmovilizado y al mismo tiempo disponer de un stock suficiente como para hacer frente a las contingencias que puedan surgir como consecuencia del carácter aleatorio de la demanda y del tiempo de recepción del nuevo pedido. Como en el caso anterior la teoría que estudia estos problemas se fundamenta en los procesos estocásticos.

Series temporales: la disposición cronológica de una serie de datos, se denomina serie temporal. Los precios anuales del trigo, el nivel de contaminación ambiental diario, el consumo mensual de energía eléctrica, las ventas anuales de automóviles, el ruido instantáneo interno de un radio receptor, etc.; son series temporales. La idea fundamental del análisis estadístico de un serie temporal reside en la consideración de que una serie temporal no es más que una realización de un proceso estocástico. A partir de esta idea el estadístico trata de determinar el modelo teórico del proceso estocástico que genero a la serie para así poder hacer análisis estructurales del fenómeno de estudio y, al mismo tiempo, predicciones. Recientemente Box y Jenkings han desarrollado un teoria muy eficaz para el análisis de las series temporales.

PROCESOS ESTOCASTICOS

13-02-06

L M: Ju

18-20 18-20 20-22

REYES GARCIA MONCADA

- MARKOV
- BARTLETT
- HILLIER / LIEBERMAN
- SCHAUMS

- * TAHA
- GORDON
- DAVIS
- TURNER

TEMAS

I INTRODUCCION

II CADENAS DE MARKOV

III PROCESO DE SALTO PURO

IV PROCESOS MARKOBIANOS DE DECISION

2 ó 3 Exames y 1 Examen Final

FEBRERO 15, 2006

②

LAS IDEAS IMPLICADAS EN LA TEORÍA DE MARKOV PUEDEN SER INTRODUCIDAS POR DOS EJEMPLOS SENCILLOS

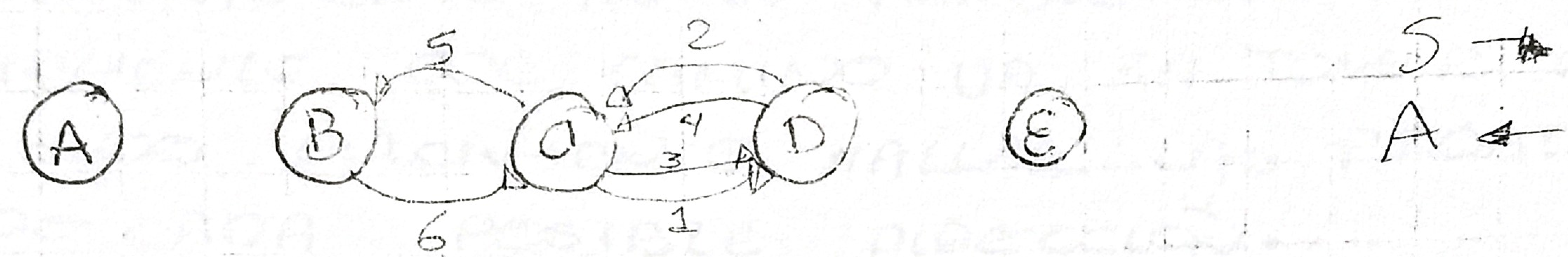
EXPERIMENTO 1. TIRAMOS 6 VECES UNA MONEDA NORMAL Y ANOTAMOS LO QUE SALE EN CADA UNA DE ESTAS TIRADAS.

N	RESULTADO.
1	SOL
2	AGUILA
3	SOL
4	AGUILA
5	AGUILA
6	SOL

EXPERIMENTO 2. SEA UNA PERSONA SENTADA EN EL ASIENTO DE ENMEDIO DE UNA FILA DE 5 ACIENTOS MARCADOS COMO A, B, C, D Y E DE IZQ. A DERECHA. ESTA PERSONA SE MUEVE POR SEIS VECES DE UNA SILLA A OTRA ESTANDO SUS MOVIMIENTOS DECIDIDOS CADA VEZ POR LO QUE SALE LA MONEDA TIRADA AL AIRE, OBEDECIENDO LA REGLA SIGUIENTE:

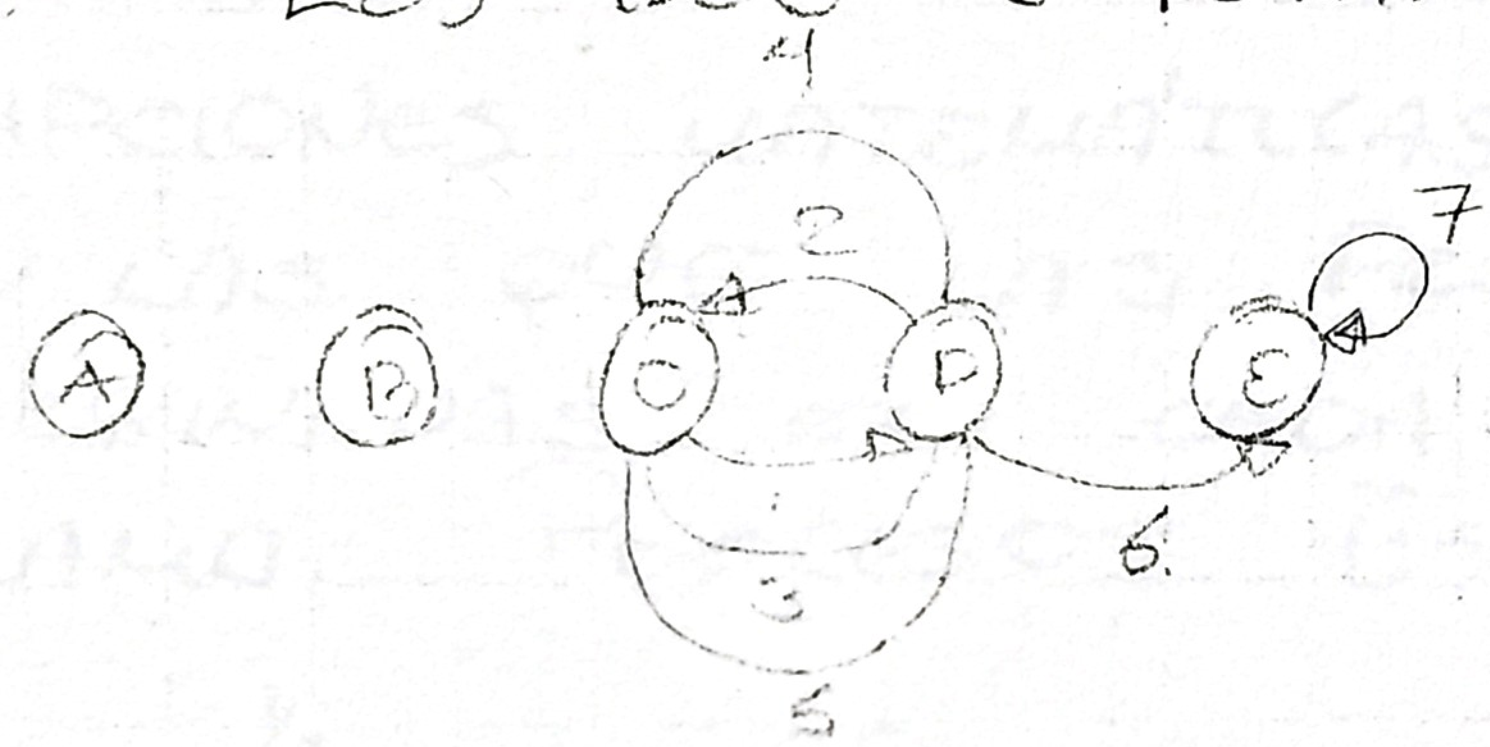
1) SI NO ESTA AL FINAL DE LA FILA DE ACIENTOS ENTONCES SE MUEVE HACIA LA DERECHA SI LA MONEDA SALE SOL Y A LA IZQ SI SALE AGUILA

2) Si esta al final de la fila de acientos se quedará ahí sea cual sea el resultado de la moneda



Nuevamente los dos experimentos.

1	S
2	A
3	S
4	A
5	S
6	S
7	A



Cada experimento completo se compone de 6 pasos o ensayos. El resultado de cada paso esta decidido por lo que salga en la moneda.

Ciertas sucesiones serán mas interesantes que otras y habrá que prestarles mayor atención.

Muchos experimentos de ciencias, ingeniería, negocios, emplean secuencias de letras o numeros. es conveniente pensar en ellos como sucesos o cadenas de sucesos, junto con los

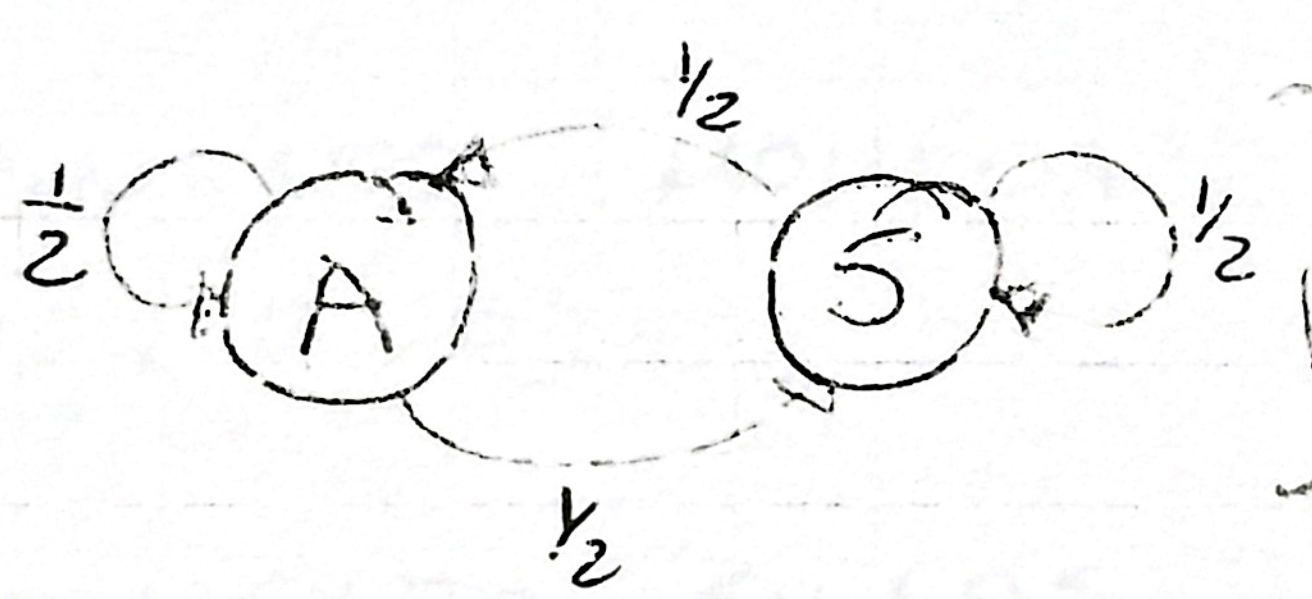
Febrero 15, 2006

4

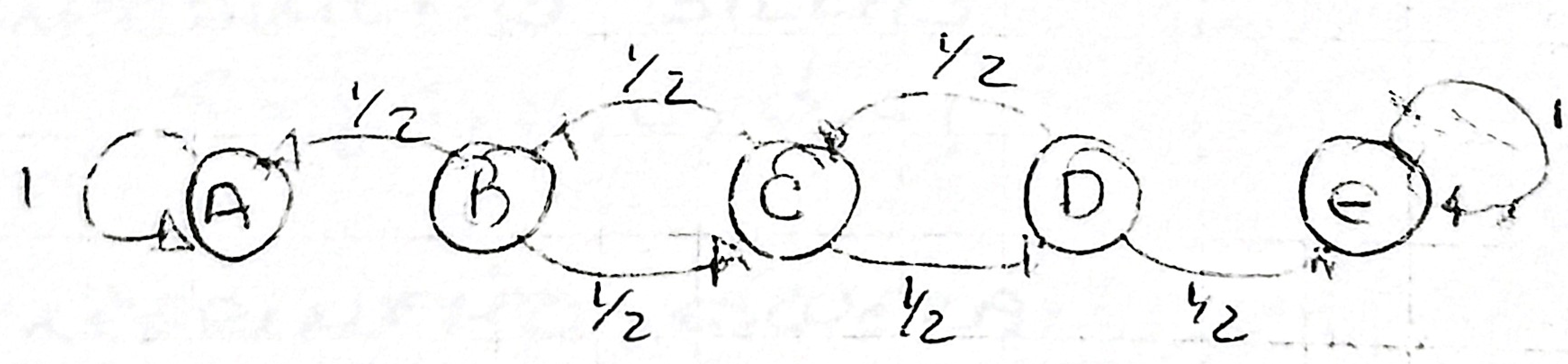
Pasos necesarios para el cambio de un estado a otro.

Generalmente no es posible decir o predecir exactamente que camino va ha tomar el proceso, sino únicamente hallar las probabilidades de cada posible dirección.

Las descripciones matemáticas o modelos de procesos en las que las probabilidades vienen determinadas en cada uno de los pasos se llama procesos estocásticos.



Proceso Estocástico (Modelo)



La palabra estocástico es sinónimo de probabilidad. Para que un proceso sea estocástico se necesita tener una serie de estados junto con una serie de probabilidades para cada uno de los estados. Tambies es necesario conocer el estado inicial o por lo menos tener una regla de probabilidad para determinarlo.

TIENE DOS COMPONENTES BÁSICOS:
1.- UNA PROBABILIDAD
2.- UN ESTADO

ESPACIO DE ESTADOS DE UN PROCESO

EL CONJUNTO DE TODOS LOS POSIBLES EDOS. QUE UN PROCESO PUEDE OCUPAR EN SUS DISTINTOS MOVIMIENTOS SE LLAMA <u>ESPACIO DE ESTADOS</u>

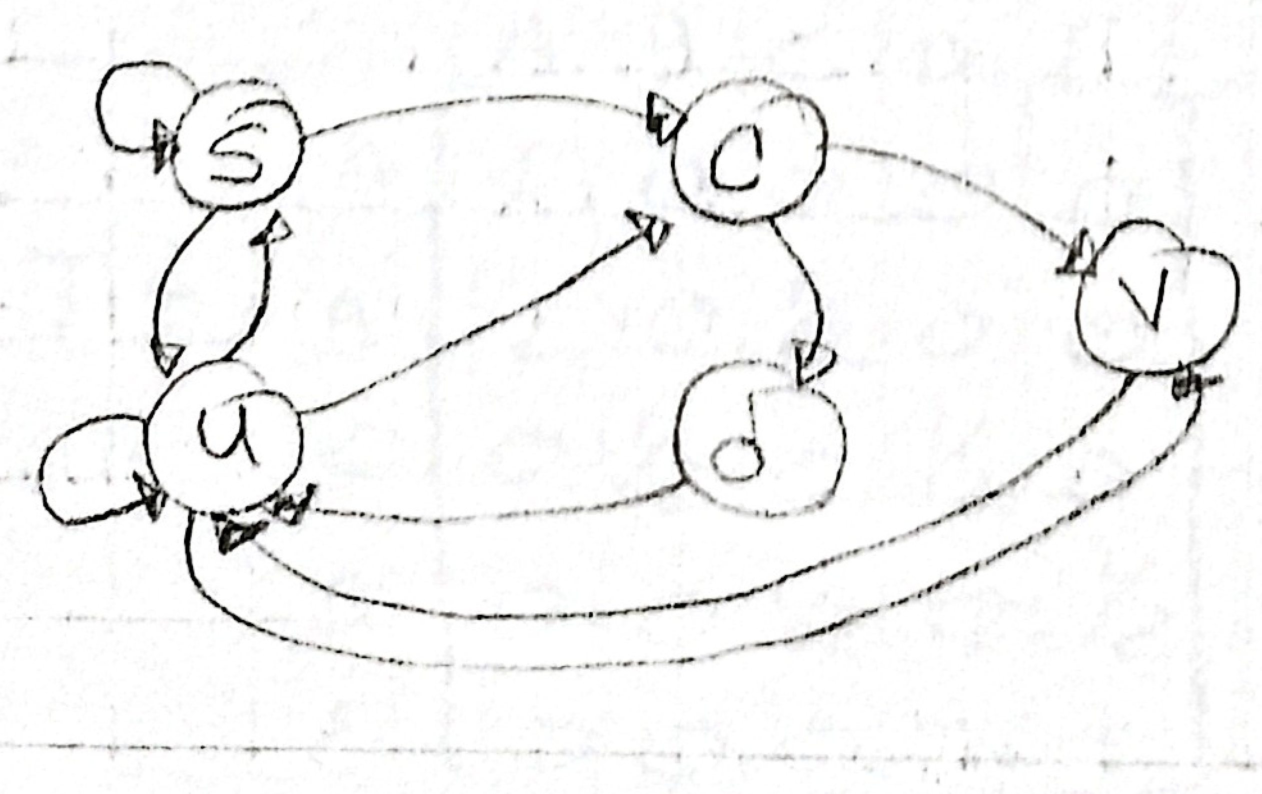
UN ESPACIO DE ESTADOS PUEDE SER FINITO O PUEDE SER NUMERABLE O NO NUMERABLE

EXPERIMENTO MONEDA
$A = \{a, s\}$

EXPERIMENTO SILLAS
$S = \{a, b, c, d, e\}$

EXPERIMENTO ESCUELA
$E = \{1, 2, 3 \ldots 9, A, T\}$

EXPERIMENTO EDO. CIVIL
$C = \{s, c, D, v, u\}$



FEB 16, 06

PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN DE UN PASO

SEA P_i LA PROBABILIDAD CONDICIONAL PARA QUE EL PROCESO SE ENCUENTRA EN EL ESTADO S_i SE MUEVE HASTA EL ESTADO S_j EN UN SOLO PASO.

$$P(S_i \to S_j)$$

$$S = \{S_1, S_2, S_3 \ldots S_n\}$$

P_{ij} ES LA PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN DE UN SOLO PASO.

SI ESTAS PROBABILIDADES SON CONOCIDAS PARA TODOS LOS PARES DE ESTADOS PODRÍAMOS ORDENARLAS COMO UNA MATRIZ CUADRADA Y LA MATRIZ RESULTANTE SE LLAMA <u>MATRIZ DE TRANSICIÓN</u> (T)

A B C D E

$\uparrow$

$P_{AB} = 0$ PASAR DE B A D.

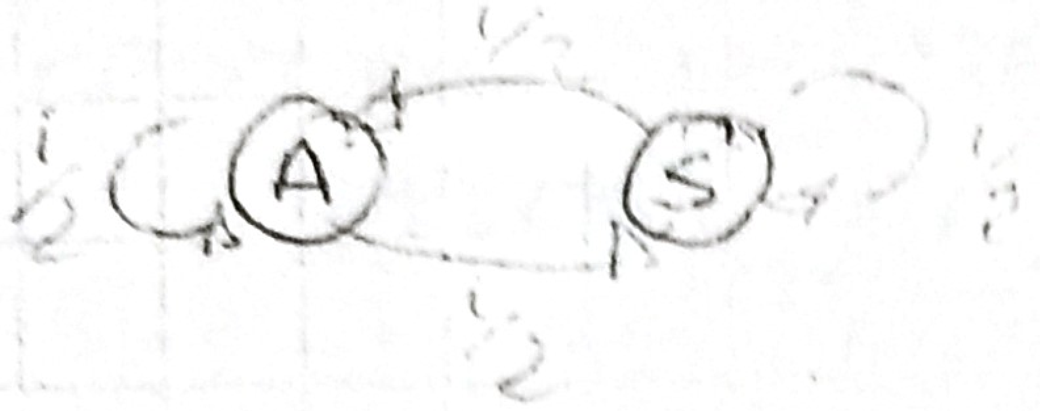
MATRIZ DE TRANSICIÓN

$$T = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

EJEMPLO DE LAS SILLAS

EDO. INICIAL C

EJEMPLO DE LA MONEDA



$$T = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & S \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ S \end{array} & \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$

HAY QUE HACER NOTAR LO SIGUIENTE PARA LAS MATRICES

1.- TODOS LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ T SON PROBABILIDADES Y POR LO TANTO NÚMEROS ENTRE 0 Y 1

2.- LA SUMA DE TODAS LAS PROBABILIDADES DE CUAL QUIER FILA ES LA UNIDAD. ESTO TIENE QUE SER ASÍ PORQUE SI UN PROCESO ESTÁ EN UN ESTADO S_i ENTONCES TIENE QUE MOVERSE JUSTAMENTE A UNO DE LOS n ESTADOS POSIBLES EN EL PROXIMO PASO

3.- LAS MATRICES QUE TIENEN ELEMENTOS NO NEGATIVOS Y SUMAS DE FILAS IGUALES A LA UNIDAD SE LLAMAN <u>MATRICES ESTOCASTICAS</u>

4.- SEA SUPUESTO TACITAMENTE QUE LOS VALORES DE PROBABILIDAD P_{ij} SON LOS MISMOS PARA CADA PASO DEL PROCESO.

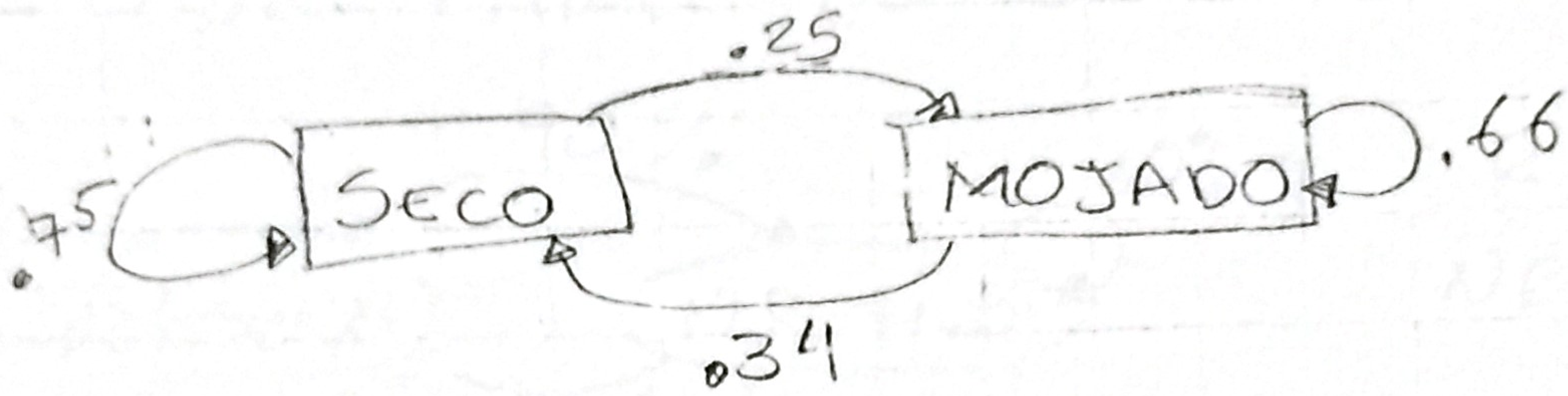
EJ. DOS INVESTIGADORES RECOPILARON DATOS DURANTE UN PERIODO DE 20 AÑOS EN EL DESIERTO DE SONORA. UNA BUENA DESCRIPCIÓN

FEBRERO · 16, 2006 (8)

DE LA OCURRENCIA ESTA DADA POR UN PROCESO ESTOCASTICO DE DOS ESTADOS.

LOS DATOS RECOPILADOS FUERON LOS SIGUIENTES.

		DÍA PRESENTE	
		SECO	MOJADO
DÍA ANTERIOR	SECO	1049	350
	MOJADO	351	687

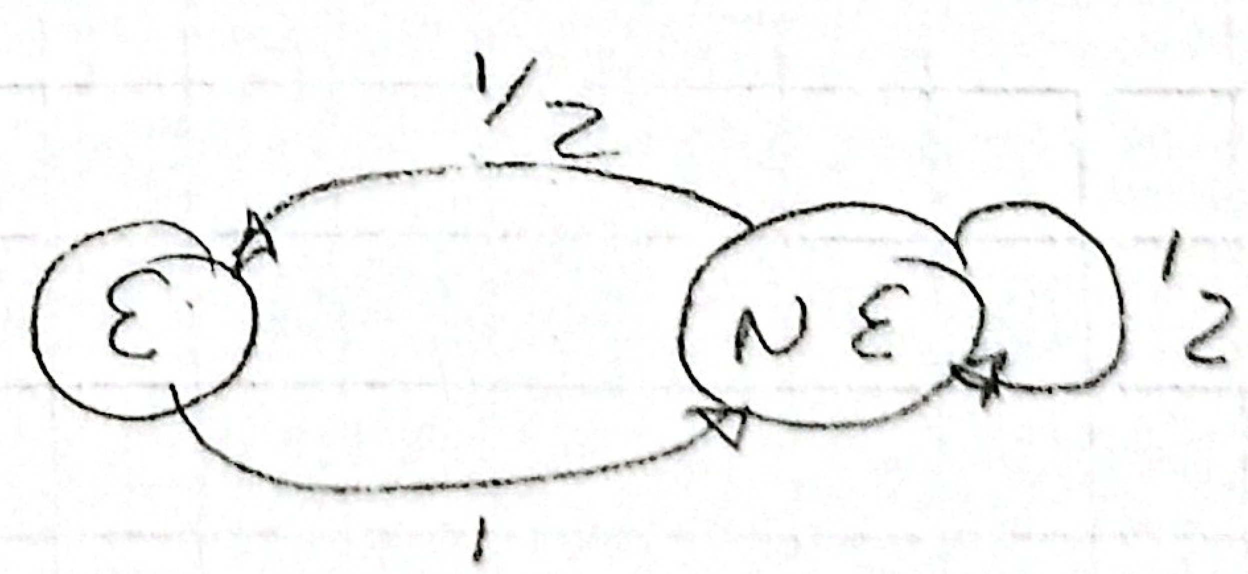


$$T = \begin{array}{c} \\ S \\ M \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} S & M \end{array} \\ \begin{pmatrix} .75 & .25 \\ .34 & .66 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ =1 \\ =1 \end{array}$$

Ej. UN PROFESOR AL IMPARTIR SU CLASE REALIZA O NO UN EXAMEN. NUNCA REALIZA EXÁMENES DOS DÍAS SEGUIDOS, PERO EN CASO DE NO REALIZAR UN EXAMEN AL DÍA SIGUIENTE LE DA LO MISMO HACERLO O NO.

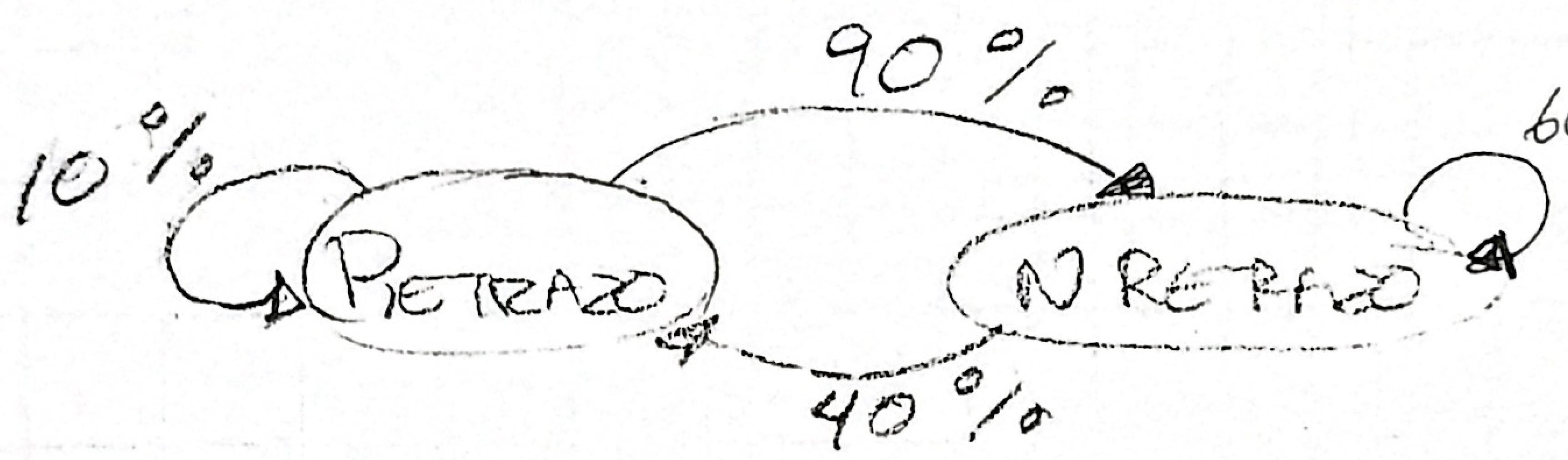
ELABORAR LA MATRIZ DE TRANSICION:

$$T = \begin{array}{c} \\ E \\ NE \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} E & NE \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ =1 \\ =1 \end{array}$$



Ej. UNA LÍNEA AÉREA CON UN VUELO ENTRE LA CIUDAD DE NY Y LA CD. DE WASHINTON NO DESEA QUE EL VUELO SALGA RETRASADO DOS DÍAS CONSECUTIVOS. SI EL VUELO SALE RETRAZADO UN

DÍA, LA LINEA AEREA REALIZA UN ESFUERZO ESPE-
CIAL AL DÍA SIGUIENTE PARA QUE EL VUELO SALGA
A TIEMPO Y LO LOGRA 90 % DE LAS VECES. SI
EL VUELO NO SALIO CON RETRAZO EL DÍA ANTERIOR
LA LÍNEA AEREA NO REALIZA ARREGLOS ESPE-
CIALES Y EL VUELO REALIZA DE ACUERDO CON
LO PROGRAMADO 60 % DE LAS VECES. QUE
PORCENTAJE PARTE DE RETRAZO UN VUELO?



$$T = \begin{array}{c} \\ R \\ NR \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} R & NR \end{array} \\ \begin{pmatrix} .10 & .90 \\ .40 & .60 \end{pmatrix} \end{array}$$

HAY QUE HACER UNA SUCESIÓN DE MATRICES DE T
PARA IDENTIFICAR EL % DE RETRAZO

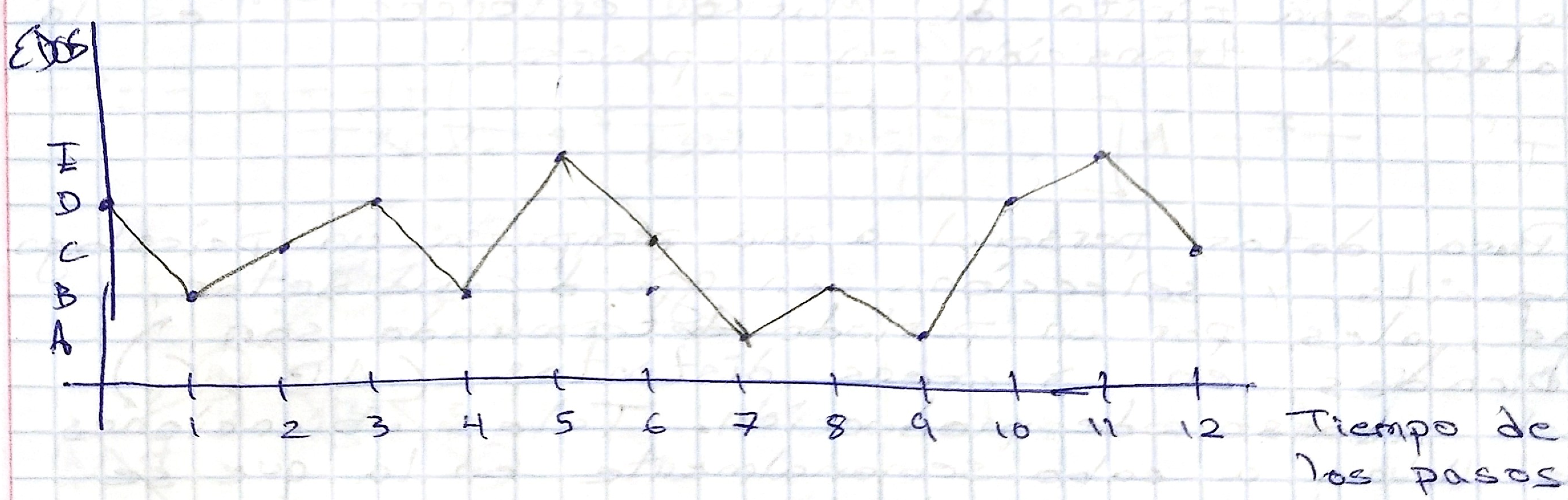
20/F

CADENAS DE MARKOV

Un número finito de resultados, en el que las prob. de resultados, dependen del resultado de la etapa anterior del proceso, en escencial una cadena de markov ocurre cuando un sistema puede ocurrir en 1 de varias condiciones o edos. diferentes. Existe un num. finito de estos edos.

Un ensayo en el proceso consiste en sujetar al sistema a un conjunto de circunstancias capaces de causar un cambio en el edos. ocupado por el sist. sin importar si el sist. cambia o no de edo. No obstante si así ocurre el edo. al cual llega es dirigido y afectado por el conjunto de prob. de transición.

El sig. diagrama es un grafico de una secuencia de una muestra de una cierta cadena de markov que tiene 5 Edos A B C D E. Los edos. se muestran en el eje vertical y los tiempos de espacios a intervalos iguales en la escala vertical.



De este diagrama se puede comentar:

En los 12 pasos se pueden contemplar todos los edos y se sabe evidentemente el proceso no puede quedarse atrapado en 1 de los edos. y tener que quedarse ahí.

2. Si se puede continuar indefinidamente bajo las mismas condiciones, el proceso siempre se moverá a lo largo de los 5 Edos. volviendo a c/u de ellos varias veces.

3. En la secuencia de muestras se ve en el diagrama que la transición de B a C ocurre 3 veces

1. B-C
2. B-E-C
3. B-A-D-E-C

Evidentemente el movimiento de B a C o ÷ 2 edos cualesquiera ocurrirá en cualquier # de pasos. El # de estos es una variable aleatoria.
Es de interés fundamental preguntarse cuál es la probabilidad de pasar de un edo. dado a otro en n pasos

TEOREMA:

Si T es la matriz de transición de 1 paso de una cadena finita de Markov entonces T^n es la matriz de transición en n pasos

T^n $\quad T^2 = i \left[\begin{array}{c} j \\ 0 \end{array} \right]$ $\quad T^2 = T \times T$

Para dotar personal a una ~~em~~empresa un psicólogo capacita y selecciona un gpo d candidatos, los cuales por un periodo determinado son ubicados en 3 areas distintas (A B y C) del proceso de producción. Tales ubicaciones se llevan a cabo semanalmente en la que se aplican las sig. condiciones:

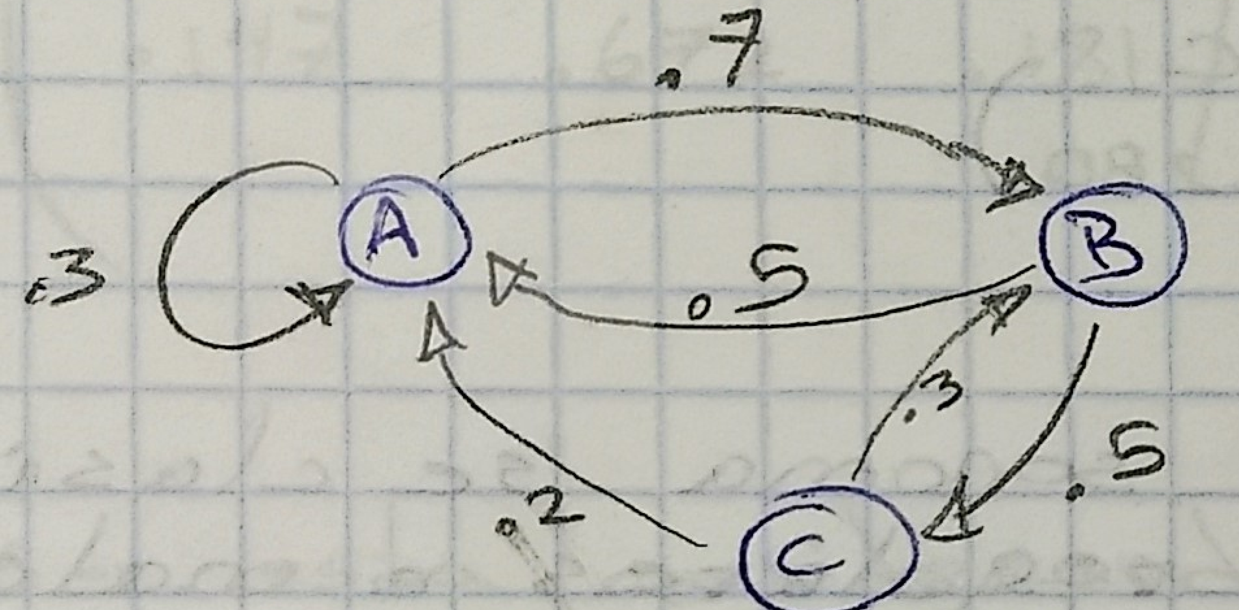
a) Un empleado del área A tiene una prob. de 0.3 de permanecer en A y de 0.7 de ser transferido a B y ninguno será transferido a C.

b) Un empleado del area B tiene 0.5 de prob. de ser → A y 0.5 → C ningun empleado permanece en B por una 2ª sem. consecutiva.

c) En el caso de los empleados del área C, la prob. es de 0.2 de ser transferido → A 0.3 → B y 0.5 para permanecer en C.

¿Cual es la prob. de q un empleado q' inicia en el área A esté en el area C 3 semanas despues?

Sol.



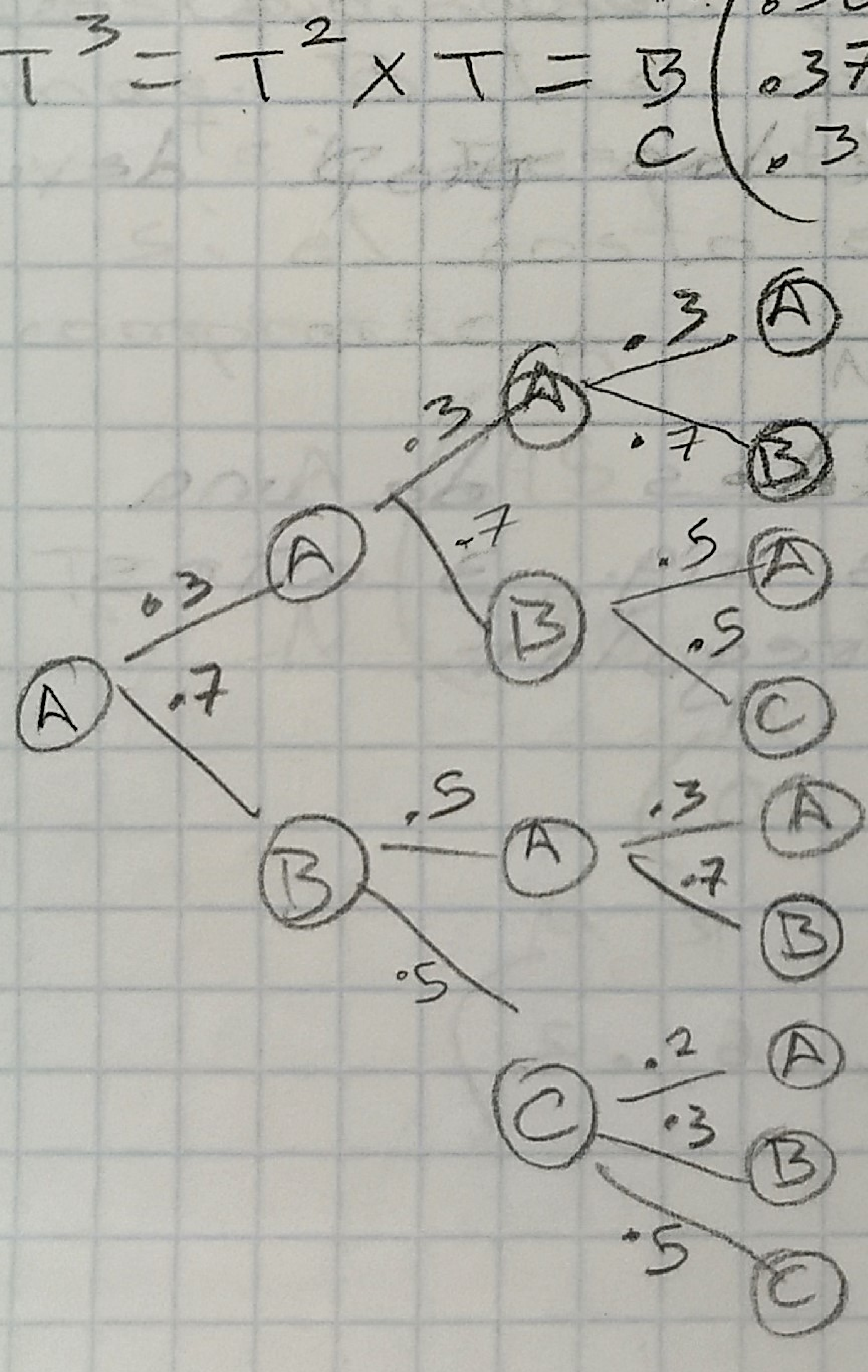
Matriz de Transición

$$T = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} .3 & .7 & 0 \\ .5 & 0 & .5 \\ .2 & .3 & .5 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$T^2 = \begin{pmatrix} .3 & .7 & 0 \\ .5 & 0 & .5 \\ .2 & .3 & .5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} .3 & .7 & 0 \\ .5 & 0 & .5 \\ .2 & .3 & .5 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ \Sigma \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} .44 & .21 & .35 \\ .25 & .5 & .25 \\ .31 & .29 & .40 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \end{array} \end{array}\begin{array}{c} \Sigma \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \\ \end{array}$$

$$T^3 = T^2 \times T = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} .307 & .413 & .280 \\ .375 & .250 & .375 \\ .318 & .337 & .345 \end{pmatrix} \end{array}$$

$R = .280$



otro metodo + Laborioso

Ejr
Una cadena finita de Markov queda completamente definida x los sig. elementos

1) Un espacio de edos. finito.

2) Una matriz T de probabilidades de transición de 1 solo paso estacionario

3) Un vector de prob. inicial.

Ejm.

$$V_0 = \begin{array}{ccc} A & B & C \\ (1, & 0, & 0) \end{array}$$

$$V_3 = V_0 T^3 = \begin{array}{ccc} A & B & C \\ (.307, & .413, & .280) \end{array}$$

Ejr Las uvas del valle de sonoma se clasifican como superiores, regulares o malas. despues de una cosecha superior las probabilidades de tener durante el sig. año una cosecha sup. reg y mala.
0 .8 0.2

Despues de una cosecha regular las prob. de q' la sig cosecha sea sup reg mala
0.2 0.6 0.2

Despues de una mala cosecha las prop. de una cosecha sup. reg mala.
.1 .8 .1

Determinense las probabilidades de una cosecha superior p' c/ uno de los sig. 3 años si la cosecha + reciente fue regular.

$$T = \begin{array}{c|ccc} & S & R & M \\ \hline S & 0 & .8 & .2 \\ R & .2 & .6 & .2 \\ M & .1 & .8 & .1 \end{array}$$

$$V_0 = \begin{array}{ccc} S & R & M \\ (0, & 1, & 0) \end{array}$$

$$V_1 = V_0 T = \begin{array}{ccc} S & R & M \\ (.2, & .6, & .2) \end{array}$$

$$T^2 = \begin{pmatrix} .18 & .64 & .18 \\ .14 & .68 & .18 \\ .17 & .64 & .9 \end{pmatrix} \qquad V_2 = V_0 T^2 = \overset{S}{(.14, .68, .18)}$$

$$T^3 = \begin{pmatrix} .146 & .672 & .182 \\ .154 & .664 & .182 \\ .147 & .672 & .181 \end{pmatrix} \qquad V_3 = V_0 T^3 = \overset{S}{(.154 \ .664 \ .182)}$$

23-Feb-06

Se esta considerando comprar 2 copiadoras de oficina. Son similares en todos aspectos excepto en el control de claro obscuro que opera en forma automatica. En la maq A existe una posibilidad del 95% de q' el control permanezca ajustado todo el día, si esta ajustado en la mañana. Pero si no esta ajustado hay 10% de posibilidades de q' permanezca asi. Para la maq. B las cantidades equivalentes son 90% y 5% Respectivamente.

Si el costo es el mismo que maquina debe comprarse

$$T_A = \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & N \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ N \end{matrix} & \begin{pmatrix} .95 & .05 \\ .90 & .10 \end{pmatrix} \end{array} \qquad T_B = \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & NA \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ NA \end{matrix} & \begin{pmatrix} .90 & .10 \\ .95 & .05 \end{pmatrix} \end{array}$$

La cia colgate ha estado promoviendo un nuevo tipo de detergente. El resultado de dicha promosión es que el 75% de las personas que utilizan el detergente durante un periodo de 1 mes, continuan utilizandolo el mes siguiente. De las personas que usan otro detergente durante un periodo de 1 mes el 45% cambia al detergente de colgante al mes siguiente. la directiva de la cia. desea saber si es conveniente continuar con la promoción 2 meses mas, si hasta el momento el 50% de los consumidores utilizan su detergente.

$$T_c = \begin{array}{c|cc} & C & X \\ \hline C & .75 & .25 \\ X & .45 & .55 \end{array}$$

$$V_0 = \begin{array}{cc} C & X \\ (.5\ , & .5) \end{array}$$

$$V_1 = V_0 \times T = (.5 \quad .5)\begin{pmatrix} .75 & .25 \\ .45 & .55 \end{pmatrix} = \begin{array}{cc} C & X \\ (.6\ , & .4) \end{array}$$

$$V_2 = V_0 \times T^2 = (.5, .5)\begin{pmatrix} .675 & .325 \\ .585 & .415 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \begin{array}{cc} C & X \\ (.63\ , & .37) \end{array}$$

$\therefore$ Si es conveniente continuar con la promoción

entusiasmados con los resultados del estudio los directivos desean saber que pasara si continuan con la promoción durante mas tiempo, por ejemplo. Si las ventas continuan aumentando o llegara el momento en que por mas que se promueva el producto ya no sea posible incrementar mas las ventas

$$V_3 = V_0 \times T^3 = (.5, .5)\begin{pmatrix} .6525 & .3475 \end{pmatrix} = (.639, .361)$$

$$V_4 = V_0 \times T^4 = (.5, .5)\begin{pmatrix} .64575 \end{pmatrix} = (.6417, .3583)$$

$$V_5 = V_0 \times T^5 = (.5, .5)\begin{pmatrix} \end{pmatrix} = (.6425, .3575)$$

$$V_6 = V_0 \times T^6 = (.5, .5)\begin{pmatrix} \end{pmatrix} = (.6427, .3573)$$

El aumento se nota practicamente hasta el 5° mes y de ahi en adelante permanece constante. Hasta el 4° mes se considera conveniente, de acuerdo a la información de la sucesión de vectores, continuar con la promoción. Con base en lo anterior podemos intuir que despues de un numero determinado de etapas la matriz de transición se aproxima a un edo. a partir del cual ya no hay cambios en las probabilidades de pasar de un edo. a otro, con lo cual se dice que la matriz se aproxima a un edo. estacionario o de equilibrio.

DISTRIBUCION ESTACIONARIA DE CADENA DE MARKOV REGULARES

TEOREMA: Si T es una matriz de transición regular y b es el vector de distribución estacionario, entonces b es el unico vectortor de probabilidad tal que $b \times T$ sea igual a b

es decir $\underbrace{bT = b}$ Cadena de Tipo Regular

Desarrollando

$$\begin{array}{cc} C & X \\ (b_1 & b_2) \end{array} \begin{pmatrix} .75 & .25 \\ .45 & .55 \end{pmatrix} = (b_1, b_2)$$

$.75b_1 + .45b_2 = b_1$

$.25b_1 + .55b_2 = b_2$

$b_1 + b_2 = 1$

$\downarrow$

$b_1 = 1 - b_2$

$.75(1-b_2) + .45b_2 = 1 - b_2$ $\leftarrow$ sust

$.75 - .75b + .45b_2 + b_2 = 1$

$.70b_2 = .25 \rightarrow \boxed{b_2 = 0.3571}$

$\boxed{b_1 = .6429}$

Casi al mismo que se llego en T^8 condición estacionaria.

$$\text{En } T^8 = \begin{array}{c} \\ C \\ X \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} C & X \end{array} \\ \begin{pmatrix} .6429 & .3571 \\ .6429 & .3571 \end{pmatrix} \end{array}$$

hasta este periodo

se puede complicar por ccs. y tamaño de matrices.

$\downarrow$

Tiene desventaja de que no sabemos cuantos periodos.

Retomando las copiadoras

$$T_A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & N \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ N \end{array} & \begin{pmatrix} .95 & .05 \\ .90 & .10 \end{pmatrix} \end{array} \qquad T_B = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & N \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ N \end{array} & \begin{pmatrix} .90 & .10 \\ .95 & .05 \end{pmatrix} \end{array}$$

$.95 b_1 + .90 b_2 = b_1$

$.05 b_1 + .10 b_2 = b_2$

$b_1 + b_2 = 1 \qquad \boxed{b_1 = 1 - b_2}$

$.95(1 - b_2) + (.90 b_2) = 1 - b_2$

$.95 - .95 b_2 + .90 b_2 + b_2 = 1$

$.95 b_2 = .05 \therefore \boxed{b_2 = .052}$

$\boxed{b_1 = .947}$

$\therefore$

$$\begin{array}{cc} A & N \\ (.948\ , & .052) \end{array}$$

$.90 b_1 + .95 b_2 = b_1$

$.10 b_1 + .05 b_2 = b_2$

$\boxed{b_1 = 1 - b_2}$

$.90(1 - b_2) + .95 b_2 = 1 - b_2$

$.90 - .9 b_2 + .95 b + b_2 = 1$

$1.05 b_2 = .1$

$\boxed{b_2 = .095}$

$b_1 = .905$

$\therefore$

$$\begin{array}{cc} A & N \\ (.905\ , & .095) \end{array}$$

Encontrar la distribución estacionaria de

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} s_1 & s_2 & s_3 \end{array} \\ T = \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$bT = b$$

$$(b_1 \ b_2 \ b_3) \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix} = (b_1 \ b_2 \ b_3)$$

$$\frac{1}{3}b_2 + \frac{1}{4}b_3 = b_1$$

$$\frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{4}b_3 = b_2 \qquad b_1 + b_2 + b_3 = 1$$

$$\frac{1}{2}b_1 + \frac{2}{3}b_2 + \frac{1}{2}b_3 = b_3 \qquad b_1 = 1 - b_2 - b_3$$

$$\frac{1}{3}b_2 + \frac{1}{4}b_3 = 1 - b_2 - b_3$$

$$\frac{4}{3}b_2 + \frac{5}{4}b_3 = 1$$

$$-\frac{15}{2}b_2 - \frac{5}{4}b_3 = -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{37}{6}b_2 = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}(1 - b_2 - b_3) + \frac{1}{4}b_3 = b_2$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3 + \frac{1}{4}b_3 = b_2$$

$$\left(-\frac{3}{2}b_2 - \frac{1}{4}b_3 = -\frac{1}{2}\right)5$$

$$\boxed{b_2 = \frac{18}{74} = \frac{9}{37}}$$

$$\frac{4}{3}\left(\frac{9}{37}\right) + \frac{5}{4}b_3 = 1$$

$$\frac{36}{111} + \frac{5}{4}b_3 = 1$$

$$\frac{5}{4}b_3 = \frac{75}{111}$$

$$\boxed{b_3 = \frac{20}{37}}$$

$$\boxed{b_1 = 1 - \frac{29}{37} = \frac{8}{37}}$$

$$\therefore T = \left(\frac{8}{37}, \frac{9}{37} \ \frac{20}{37}\right)$$

$T^2 = T \times T$
$T^4 = T^2 \times T^2$
T^8

$$\therefore T = \begin{pmatrix} .2163 & .2432 & .5405 \\ .2163 & .2432 & .5405 \\ .2163 & .2432 & .5405 \end{pmatrix}$$

"Clasificación Estados y Cadenas"

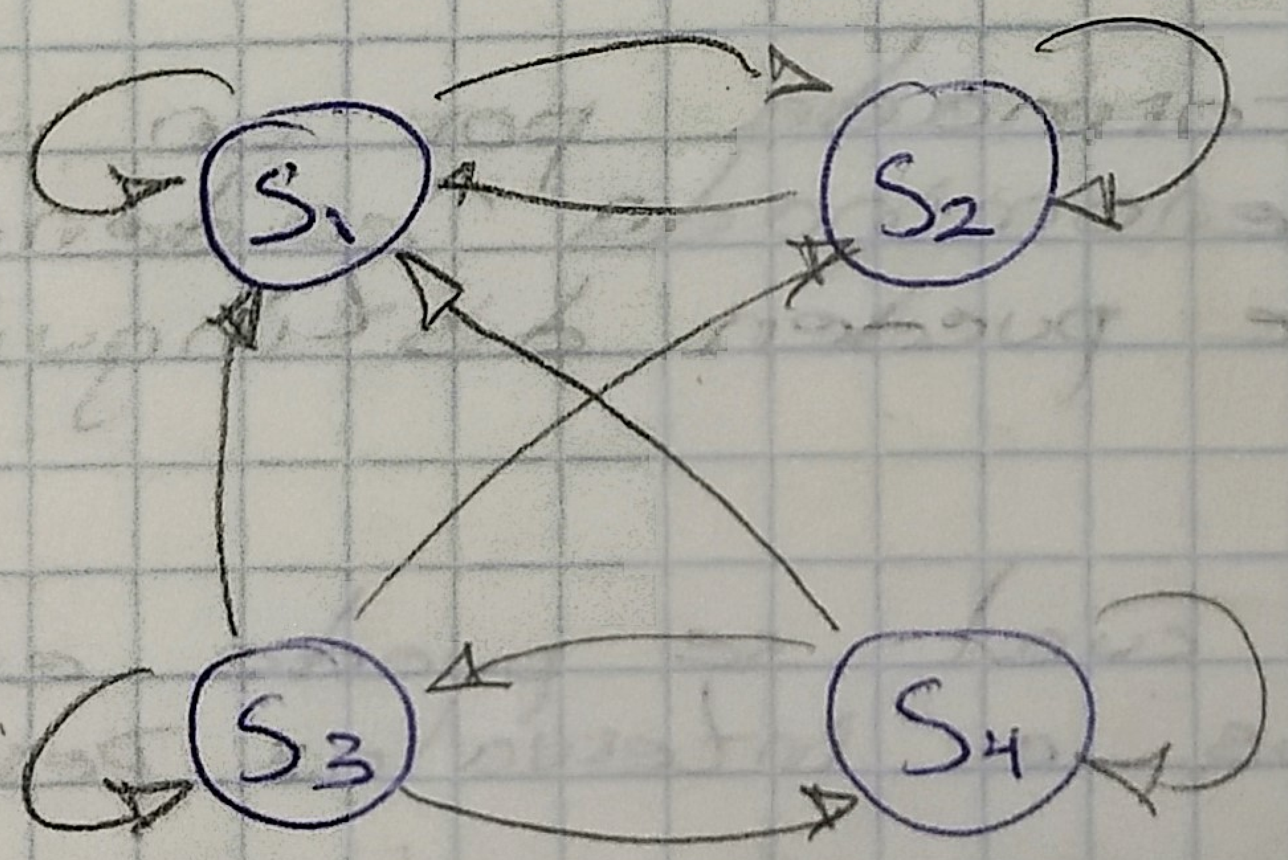
CADENA DE MARKOV

Es un tipo de proceso estocastico o una secuencia de n experimentos en la q̄ c/experimento consta de m resultados posibles, siendo estos: $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_m$
y la probabilidad de que ocurra un resultado particular depende unicamente de la probabilidad del resultado anterior

Estado Ergodico

Sea E un subespacio del espacio de estados S y E' su complementario. Si c/estado de E se puede alcanzar desde cualquier otro estado de E pero ningun edo. de E' se puede alcanzar desde cualquiera de E, entonces E se llama un cjto ergodico.
Una vez q̄ un proceso se mueve hacia un cjto. ergodico ya no puede salir de él pero se moverá apartir de entonces ÷ los edos. del conjunto.

ERGÓDICO



$$S \quad \begin{array}{c|cccc} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \hline S_1 & x & x & 0 & 0 \\ S_2 & x & x & 0 & 0 \\ S_3 & x & x & x & x \\ S_4 & x & x & x & x \end{array}$$

E E'