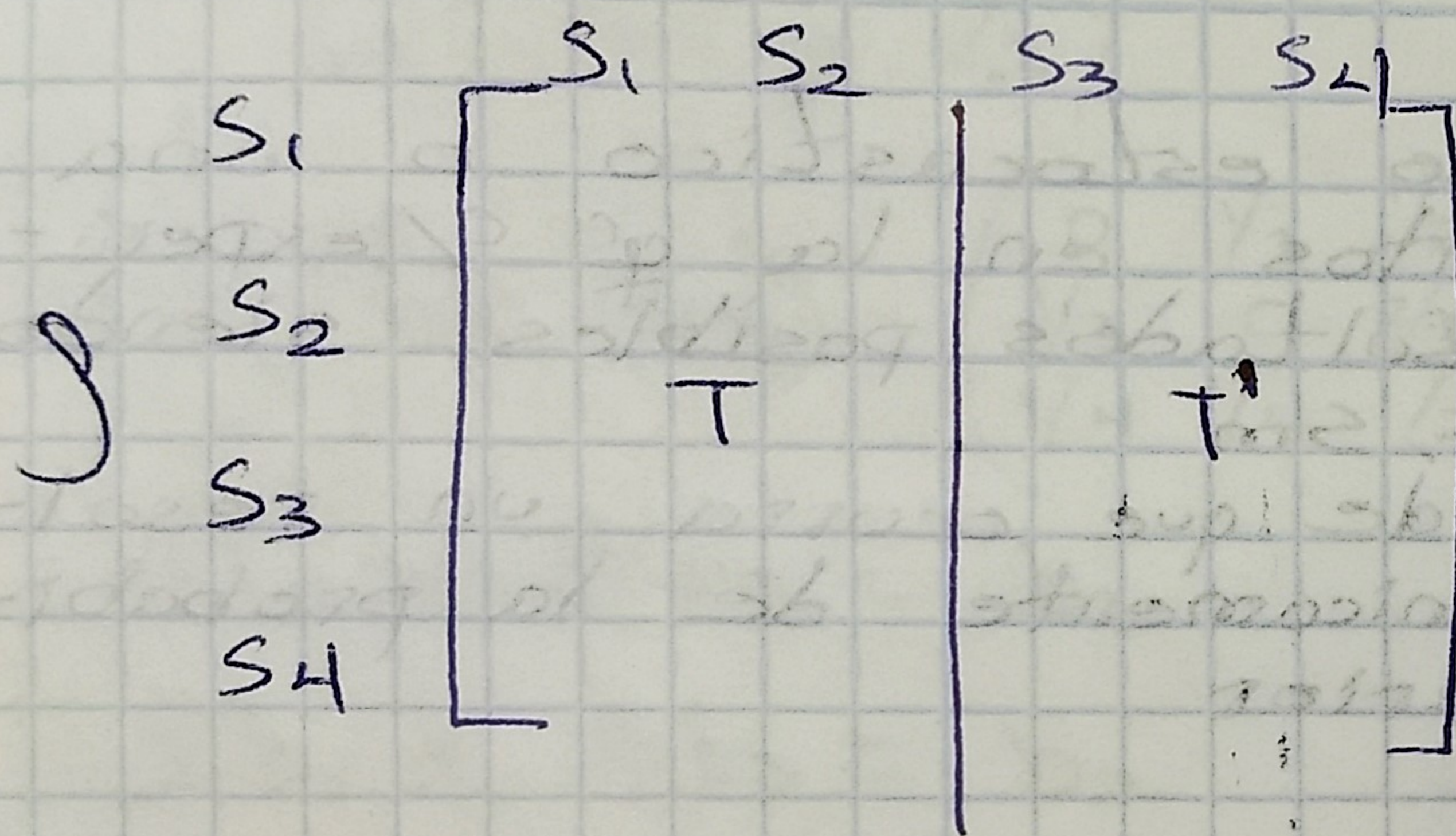


ESTADOS TRANSITORIOS

Sea T un subespacio de S y T' su complementario. Si \forall edo de T puede ser alcanzado desde otro edo de T y es posible al menos de un edo de T a otro de T' entonces a T se le llama: conjunto transitorio



ESTADOS ABSORVENTES

Si un ciclo ergódico contiene solamente un estado, este es llamado absorbente. Una vez que el proceso entra en ese edo, se queda en él.

Se dice q una cadena de MARKOV es absorbente cuando todos los edos no transitorios son absorbentes.

CADENA ERGÓDICA

Una cadena q esta formada por un unico conjunto ergódico es denominada "cadena ergódica" y en esta se pueden distinguir 2 tipos:

- a) ciclica : Es en la cual se puede entrar en \forall edos a intervalos periodicos fijos.

Ejm:

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

calcular T^2, T^3, T^4
y describir su comportamiento.

Pasos

$$T^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

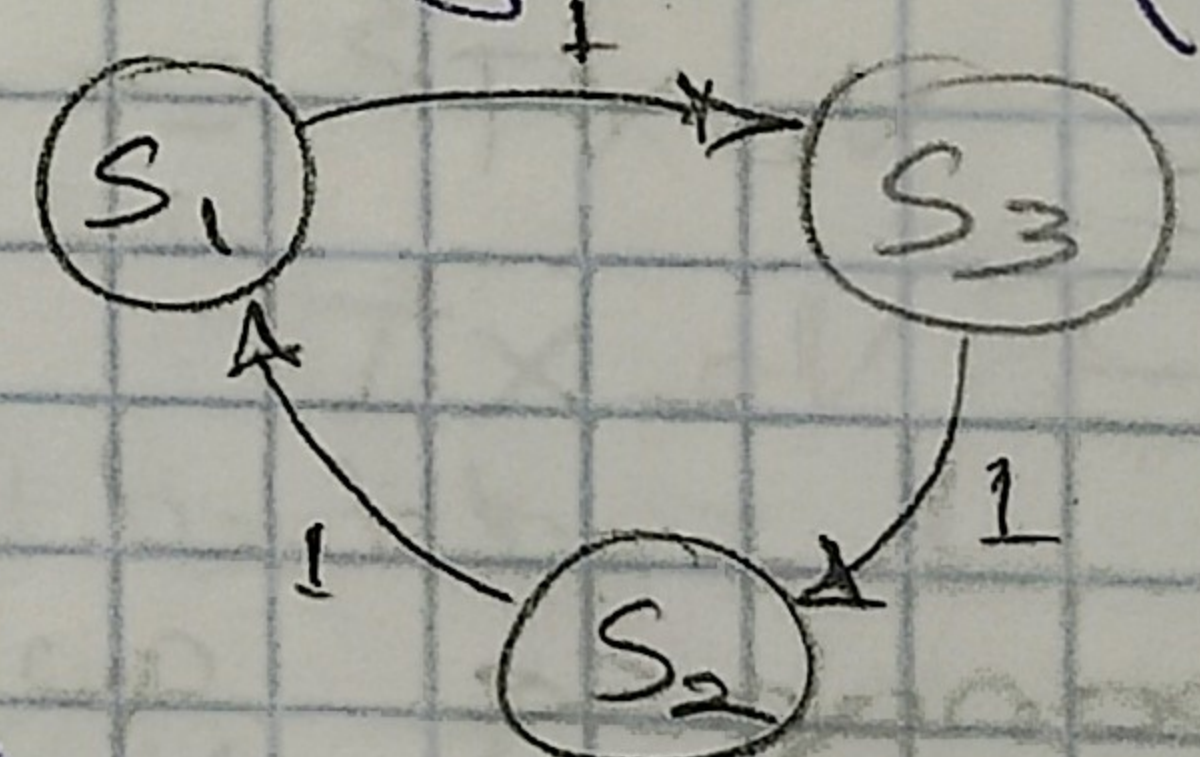
$$T^3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$T^4 = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Una matriz es absorbente cuando existen valores 1 en alguno de sus elementos.

Es absorbente cuando en la diagonal principal es 1

$$T = T^4 \quad T^2 = T^5 \quad \dots \quad \therefore$$



b) Regular: Es una cadena Ergódica no cíclica es por tanto una matriz de transición regular (no tiene edos. absorbentes)

1/11/06

Para siguiente matriz de transición vector de prob. inicial determinar los vectores V_2 y V_3 e indicar la prob. de que la cadena no este en el estado 3 despues de 2 transiciones.

$$T = \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & .8 & .5 \\ 0 & 1 & 0 \\ .2 & .6 & .2 \end{pmatrix} \quad V_0 = (.1, .4, .5)$$

$$V_1 = V_0 \times T = (.1, .4, .5) \begin{pmatrix} 0 & .8 & .5 \\ 0 & 1 & 0 \\ .2 & .6 & .2 \end{pmatrix} = (.1, .75, .15)$$

$$V_2 = V_0 \times T^2 = (.1, .4, .5) \begin{pmatrix} .1 & .8 & .1 \\ 0 & 1 & 0 \\ .04 & .82 & .14 \end{pmatrix} = (.03, .89, .08)$$

$\begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .92 \end{matrix}$

$$P(S_1, S_2) = .03 + .89 = .92$$

$$V_3 = V_0 \times T^3 = (.1, .4, .5) \begin{pmatrix} .002 & .91 & .07 \\ 0 & 1 & 0 \\ .028 & .924 & .048 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .0016 \\ .953 \\ .0031 \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .92 \end{matrix}$

Supongase que un contralor proporciona a traves del analisis de cuentas por cobrar pasadas los siguientes datos.

40% de los clientes estan en la condicion de 0 a 30 dias a pagar en el proximo mes.

10% esta en la condicion de 31 a 90 dias a pagar en el proximo mes.

50% de las cuentas son pagadas en el proximo mes.

Se considera que aquellos que estan en la condicion de 31 a 90 dias de adeudados son negociadas y el 10% de ellas al mes siguiente pasan a la condicion de 0 a 30 dias de adeudo.

El 20% permanece en esta condición.
 60% son pagadas y el 10% pasan al concepto de cuentas morosas.

Si en este momento se tienen \$60 000 en el saldo de las cuentas de 0 a 30 días y \$40 000 en el saldo de 31 a 90 días.

¿Cuál es la concesión que da la empresa o la cantidad que pasa a cuentas morosas?

	0-30	31-90	PAG	MOR	
0-30	.4	.1	.5	0	← Edo. Inicial
31-90	.1	.2	.6	.1	
PAG	0	0	1	0	
MOR	0	0	0	1	

$V_0 = (.6, .4, 0, 0)$

$$b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 (T) = (b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4)$$

$$.4b_1 + .1b_2 = b_1$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 1$$

$$.1b_1 + .2b_2 = b_2$$

$$.5b_1 + .6b_2 + b_3 = b_3$$

$$b_2 = 1 - b_1 - b_3 - b_4$$

$$.1b_2 + b_4 = b_4$$

$$b_1 =$$

$$.4b_1 + .1(1 - b_1 - b_3 - b_4) = b_1$$

$$.4b_1 + .1b_2 = b_1$$

$$.1b_1 + .2(6b_1) = 6b_1$$

$$.1b_2 = .6b_1$$

$$.1b_1 + 1.2b_1 = 6b_1$$

$$\boxed{b_2 = 6b_1}$$

$$1.3b_1 = 6b_1$$

$$V_1 = (.28, .14, .54, .04)$$

$$V_2 = (.126, .056, .764, .054)$$

$$V_4 = (.024, 0.10, .902, .0619)$$

$$V_8 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0-30 & 31-90 & PAB & MORT \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0-30 & 31-90 & PAB & MORT \end{matrix} & \begin{pmatrix} .0009 & .0004 & .9349 & .0637 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

6.37%

HELDERBERG COLLEGE es una escuela financiada por el edo q ofrece grados intermedios en un curso de 2 años los administradores estan interesados en saber cuantos estudiantes se graduan c/año cuantos continuan y cuantos renuncian. Esta informacion es util para planear necesidades futuras de profesores.

Con base en datos de años anteriores el jefe de la oficina de inscripciones ha determinado la inscripcion de estudiantes de c/ categoria, la cual se muestra en la sig. matriz de transición

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1^{\circ} & 2^{\circ} & Grad & Transf \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1^{\circ} \text{ año} \\ 2^{\circ} \text{ año} \\ Grad \\ Transf \end{matrix} & \begin{pmatrix} .1 & .7 & 0 & .2 \\ 0 & .2 & .6 & .2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

26

Exámenes

1º	16	Marzo
2º	26 27	Abril
3º	01 31	Mayo

En este momento hay 1000 → 1º
y 800 → 2º

$$V_0 = (0.55, 0.45, 0, 0)$$

$$V_0 = (1000, 800, 0, 0)$$

$$V_1 = V_0 T = (0.55, 0.475, 0.270, 0.200)$$

$$V_1 = (100, 860, 480, 360)$$

	1º	2º	G	T
	100	700		200 = 1000
		160	480	160 = 800

$$V_2 = (10, 242, 496, 552)$$

$$V_3 = V_2 T = (1, 55.4, 1141, 603)$$

$$V_4 = V_3 T = (0, 12, 1174, 614)$$

$$V_5 = V_4 T = (0, 2, 1181, 617)$$

66% se gradúa

Marzo 2, 2006

Una costurera trabaja exclusivamente en una fase del proceso de producción de prendas de vestir. Esta fase requiere exactamente 1/2 hr. para terminar una prenda.

Cada 30 min. llega un mensajero a la mesa de la costurera para recoger las prendas que estén terminadas y para entregar las nuevas prendas que deben ser cocidas. El número de nuevas prendas que lleva el mensajero es inseguro: 30% del tiempo el mensajero llega sin prendas para ser cocidas 50% de las veces llega con 1 prenda para dejar y 20% de las veces llega con 2 prendas para la costurera.

Determinese el porcentaje de tiempo que la costurera permanece ociosa considerando que cualquier cantidad de prendas no terminadas que esten en la mesa de la costurera al final de un turno de trabajo permanecen ahí para el sig. día.

Puede plantearse un modelo para este proceso con una cadena de Markov de 3 Edos haciendo que los edos. sean el numero de prendas que no han sido terminadas por la costurera, justamente antes de que llegue el mensajero.

30 % Sin prendas

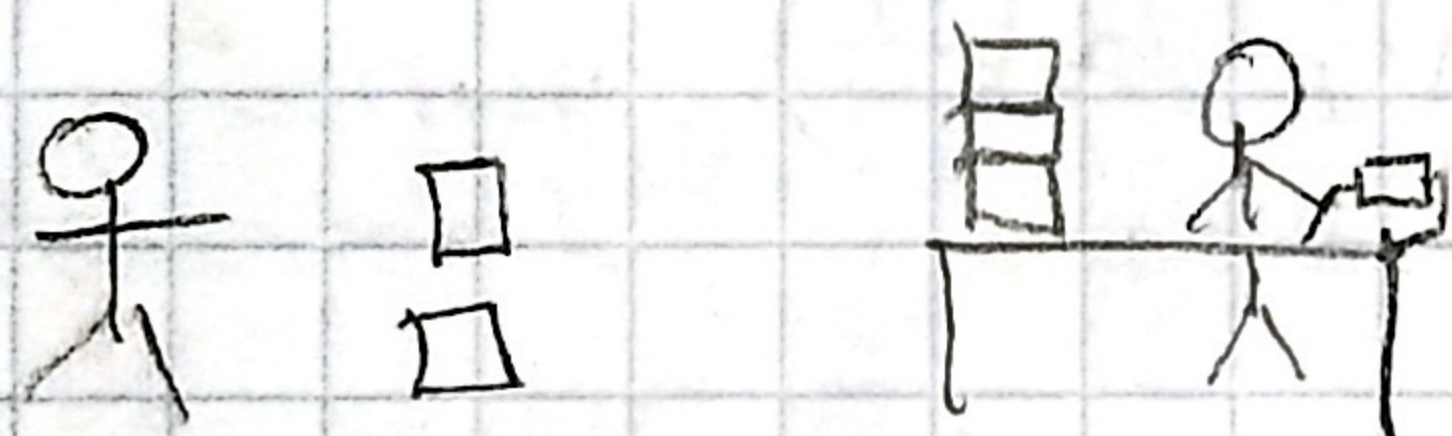
Proceso : 30 min

50 % 1 Prenda

20 % 2 Prendas

No mas de 3 prendas $\frac{\$}{c}$

Turnada de 8 hrs.



C	# Prendas	No terminadas x la cost	
		x	$P(x)$
0	0	0	.3
1	1	1	.5
2	2	2	.2
		Prob Acumulada	
			.300
			.800
			1.000

⇒ Simulación: (Sol por)

Nombre: _____

Fecha: _____

Turno: _____

No	Y	# Prendas Mensajero	Prendas Trabajadas	Prendas Pendientes
1	.1	0	0	0
2	.714	1	1	0
3	.593	1	1	0
4	.215	0	0	0
5	.510	1	1	0
6	.658	1	1	0
7	.7321	1	1	0
8	.197	0	0	0
9	.972	2	1	1
10	.767	1	1	1
11	.415	1	1	1
12	.604	1	1	1
13	.208	0	1	0
14	.911	2	1	1

⇒ Proceso Markoviano (Solución Por)

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .8 & .2 & 0 \\ .3 & .5 & .2 \\ 0 & .3 & .7 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

	A	T	P
0	0	0	0
1	1	1	0
2	2	1	1
3	1	1	0
2	2	1	1
3	1	1	2
2	3	1	2
3	3	1	2

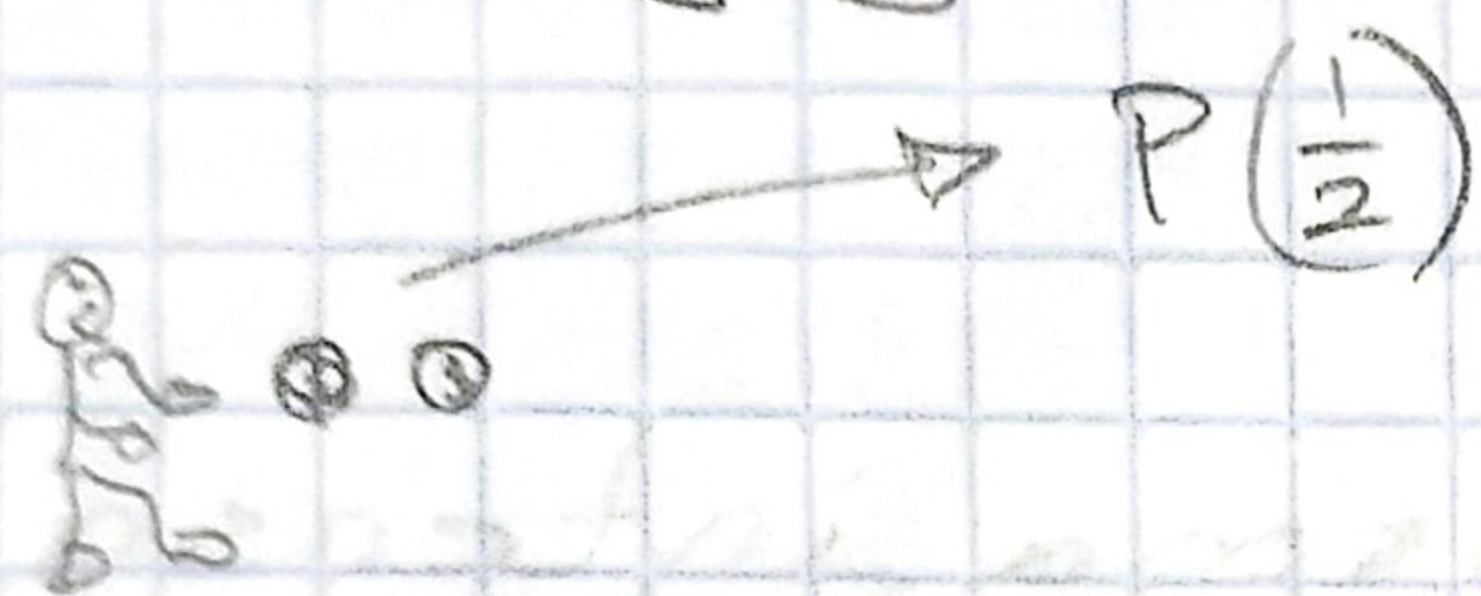
$$V_u = (.47, .32, .21)$$

$$\hookrightarrow .47 \times .3 = .141 = 14.1\%$$

Sob en ~~#~~ realmente no trabaja:

El .3 ó 30% de la prob. del edo. o es el tiempo K no trabaja.

Un jugador tiene 2 pesos, apuesta un peso en cada jugada y gana un peso con prob. $\frac{1}{2}$.
 deja de jugar si pierde los 2 pesos o si gana 4.
 ¿Cuál es la prob. de que el juego dure más de 5 jugadas?



J	CI	R	CF
0	2		
1	2	.922	-1
2	1	.219	+1
3	2	.046	+1
4	3	.067	+1
5	4	.521	-1

X	P(X)	T(X)
0	.5	.5
1	.5	1.00

Matriz de Transición

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0
2	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
3	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0
4	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0
5	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0
6	0	0	0	0	0	0	1

$V_0 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$

$V_1 = (0 \ \frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{2} \ 0 \ 0 \ 0)$
 $V_2 = (\frac{1}{4} \ 0 \ \frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{4} \ 0 \ 0)$
 $V_3 = (\frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ 0 \ \frac{3}{8} \ 0 \ \frac{1}{8} \ 0)$
 $V_4 = (\frac{3}{8} \ 0 \ \frac{5}{16} \ 0 \ \frac{4}{16} \ 0 \ \frac{1}{16})$

$V_5 = (\frac{3}{8}, \frac{5}{32}, 0, \frac{9}{32}, 0, \frac{1}{8}, \frac{1}{16})$
 $\downarrow \frac{12}{32}$
 \downarrow
 \downarrow
 $18/32 = .5625$

En la industria de la cerveza ligera 3 marcas comparten el total de las ventas:

- SUDCO
- MILLS
- SCHOTZ

Estas marcas compiten en forma intensa por los clientes de la cerveza ligera. La SUDCO pidió a una agencia efectuar un estudio sobre la forma en que los clientes estaban reaccionando a los anuncio. Los resultados del estudio mostraron q' despues de 3 meses 50% de los clientes de SUDCO la seguian prefiriendo 30% preferian la MILLS y 20% la SCHOTZ. De los clientes de MILLS 60% seguian prefiriendola. 30% preferian la SUDCO y 10% la SCHOTZ.

De los clientes de SCHOTZ
 40% seguian prefiriendo su marca
 30% pref la SUDCO
 30% la MILLS.

Determinar el porcentaje de edo. estacionario de los clientes que prefieren c/ tipo de cerveza Estabilizado

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} SU & M & SC \end{matrix} \\ \begin{matrix} SU \\ M \\ SC \end{matrix} & \begin{bmatrix} .5 & .3 & .2 \\ .3 & .6 & .1 \\ .3 & .3 & .4 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} .375 & .429 & .196 \end{matrix}$$

$$b_1, b_2, b_3 [T] = b_1, b_2, b_3 \quad b_1 + b_2 + b_3 = 1$$

$$.5b_1 + .3b_2 + .3b_3 = b_1 \quad b_1 = 1 - b_2 - b_3$$

$$.3b_1 + .6b_2 + .3b_3 = b_2$$

$$.2b_1 + .1b_2 + .4b_3 = b_3$$

$$.5(1 - b_2 - b_3) + .3b_2 + .3b_3 = 1 - b_2 - b_3$$

$$.5 - .5b_2 - .5b_3 + .3b_2 + .3b_3 = 1 - b_2 - b_3$$

$$-.5 - .2b_2$$

$$T = \begin{matrix} & L & P & T \\ L & .1 & .8 & .1 \\ P & 0 & .5 & .5 \\ T & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

8. Marzo, 200

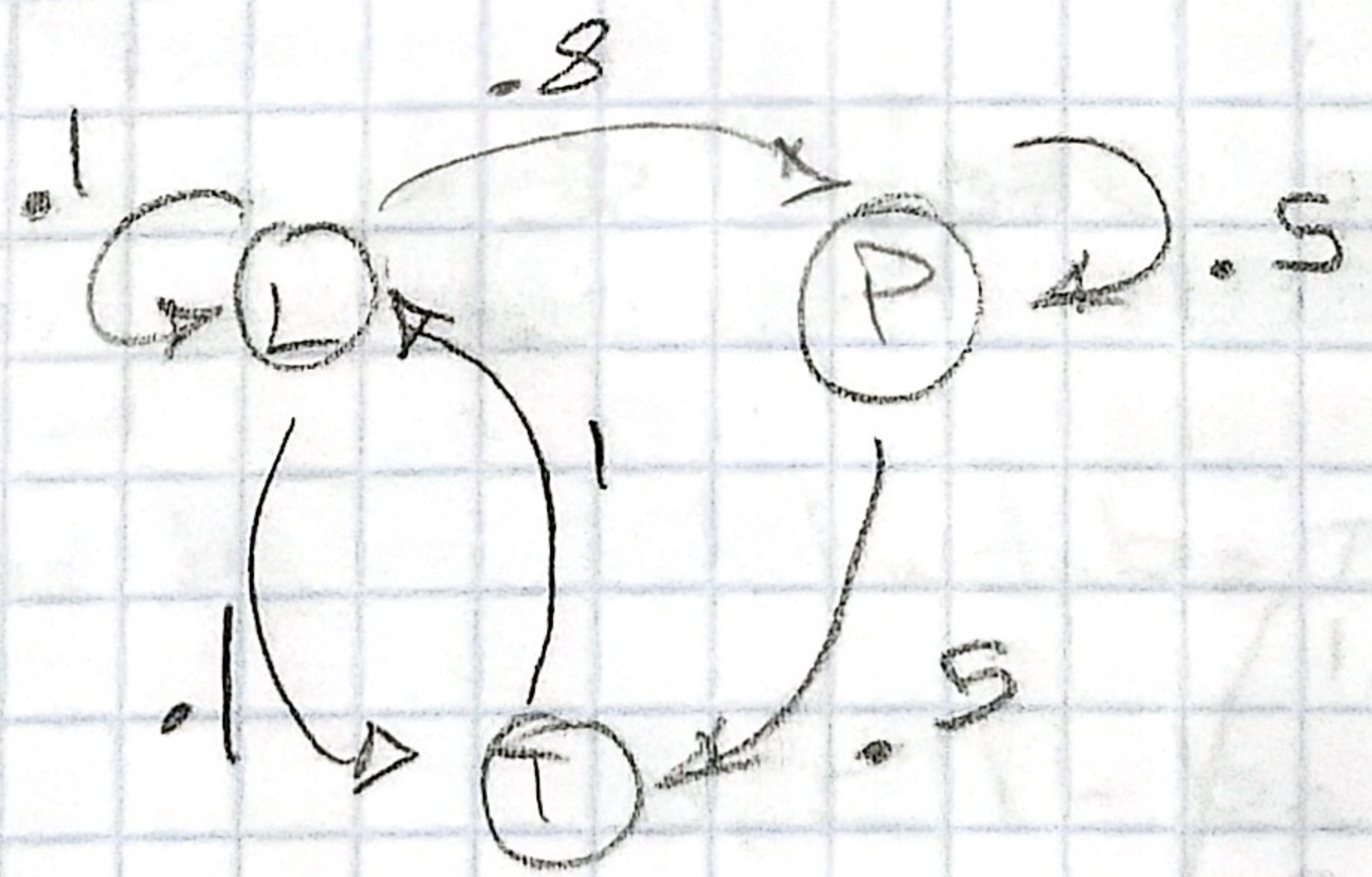
Una cia generadora ha ganado un contrato para construir una carretera en una zona volcanica tambien ha determinado q el polvo volcanico obstruira los filtros de las maquinas con mucha rapidez y provocara que los camiones dejen de funcionar

Los filtros se revisan todos los dias y se clasifican como recién limpiados, parcialmente obstruidos o completamente obstruidos experiencias anteriores han mostrado que un filtro que se acaba de limpiar tiene una probabilidad de 0.1 de permanecer limpio una probabilidad de 0.8 de quedar parcialmente obstruido y una de 0.1 de quedar totalmente obstruido.

un filtro que ya esta parcialmente obstruido tiene una probabilidad de 0.5 de permanecer en el mismo est. y 0.5 de estar totalmente obstruido. Para poder utilizar el camion que tiene un filtro totalmente obstruido estese debe limpiar primero

Si un camion deja de operar esto le cuesta a la cia 100 pesos por el tiempo perdido de trabajo y 20 pesos para limpiar el filtro. ¿Cuanto le costara a la cia seguir una politica de no limpiar los filtros sino hasta que se detengan los camiones?

T = P (0.1 0.8 0.1 / 0 0.5 0.5 / 1 0 0)



V0 = (1, 0, 0)

V3 = (.421, .328, .251)

V1 = (-1, .8, .1)

V4 = (.5631, .5608, .2061)

(.11, .48, .41)

V5 = (.2624, .7009, .3867)

$$T^n = \begin{matrix} & L & P & T \\ \begin{matrix} L \\ P \\ T \end{matrix} & \begin{pmatrix} .285 & .457 & .257 \\ .285 & .457 & .257 \\ .285 & .457 & .257 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{costo} = \$100$$

$$c. \text{Limpiar} = \$20$$

$$V_n = (.285, .457, \textcircled{.257})$$

Si la cia. decide llevar un filtro extra en el camion y reemplazar los filtros que se hallan obstruidos en forma parcial. ¿cuál sera el costo de esta politica si el filtro adicional cuesta \$20.

Si tiene 20 camiones

$$\therefore 20 \times .257 = 5.14 \text{ por día}$$

$$\times \frac{120}{\$616.80}$$

$$20 \times .457 = 9.14 \text{ e/día}$$

$$\times \frac{40}{356.60} \leftarrow \text{Todos los filtros}$$

Si son más camiones se incrementa en la misma proporción \therefore conviene la 2ª opción.

TIEMPO DE LA PRIMERA TRANSICION

Un calculo que con frecuencia resulta interesante es el tiempo promedio que transcurre antes de cambiar de un estado a otro por primera vez, este tiempo se conoce como tiempo de la 1ª transición.

En una cadena ergodica sea F_{ij} el numero esperado de transiciones antes de alcanzar por primera vez el estado j dado que estamos actualmente en el estado i . F_{ij} representa el tiempo promedio de la transición del estado i al estado j por 1ª vez.

Para calcular el tiempo promedio se utiliza la sig. expresion:

$$F_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} P_{ik} F_{kj}$$

\downarrow
 Edo

\downarrow
 tiempo

$k=1 \dots m$
 $m = \text{Edos}$

Una cia transportista especializada en el arrendamiento de camiones a personas q' desean realizar su propia mudanza. El gerente ha dividido la parte del país que atiende la cia en 3 regiones Norte, Centro y Sur. De registros previos se ha determinado q' de los camiones q' se rentan €/mes en el norte 20% van a una ciudad en el nte, 30% terminan en la reg. centro y 50% se devuelven a la cia en la reg. sur.

De manera similar la cia ha determinado que €/mes 40% de los camiones q' se rentan en la reg. centro se devuelven en la misma, 30% se d. en el nte y 30% en el sur.

Por último de los camiones q' se rentan €/mes en el sur 20% se devuelven en el nte y 40% en la reg. centro.

En este momento 40% de los camiones se encuentran en el nte, 30% en el centro y 30% en la reg. sur.

¿Cuál es el tiempo promedio q' ocurre para un camión que sale de la reg. centro y se devuelve en la reg. sur;

$$\begin{array}{c}
 N \\
 C \\
 S
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 N & C & S \\
 .2 & .3 & .5 \\
 .3 & .4 & .3 \\
 .2 & .4 & .4
 \end{bmatrix}$$

$$V_0 = (.4, .3, .3)$$

$$F_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j}^3 P_{ik} F_{kj}$$

$$F_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} P_{ik} F_{kj}$$

$$i=2 \quad j=3$$

$$k=1, 2$$

$$F_{23} = 1 + P_{21} F_{13} + P_{22} F_{23}$$

$$F_{13} = 1 + P_{11} F_{13} + P_{12} F_{23}$$

$$\textcircled{1} \dots F_{23} = 1 + .3 F_{13} + .4 F_{23}$$

$$i=1, j=3$$

$$k=1, 2$$

$$\textcircled{2} \dots F_{13} = 1 + .2 F_{13} + .3 F_{23}$$

Dc (1)

$$.6 f_{23} - .3 f_{13} = 1$$

$$(-.3 f_{23} + .8 f_{13} = 1) \quad 2$$

$$0 \quad 1.3 f_{13} = 3$$

$$f_{13} = \frac{3}{1.3} = 2.3 = f_{13}$$

$$.6 f_{23} - .3(2.3) = 1$$

$$.6 f_{23} - .69 = 1$$

$$f_{23} = \frac{1.69}{.6} = 2.82 = f_{23}$$

$$F_{ij} = 1 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^3 P_{ik} F_{kj}$$

$$F_{22} = 1 + P_{21} F_{12} + P_{23} F_{32}$$

$$i=j=2 \quad F_{12} = 1 + P_{11} F_{12} + P_{13} F_{32}$$

$$k=1, 3 \quad F_{32} = 1 + P_{31} F_{12} + P_{33} F_{32}$$

$$F_{12} = 1 + .2 F_{12} + .5 F_{32}$$

$$.8 F_{12} - .5 F_{32} = 1$$

$$F_{32} = 1 + .2 F_{12} + .4 F_{32}$$

$$4(-.2 F_{12} + .6 F_{32} = 1)$$

$$0 \quad 1.9 F_{32} = 5$$

$$F_{12} = 1 + .5(2.63)$$

$$f_{32} = \frac{5}{1.9} = 2.63$$

$$F_{12} = \frac{2.31}{.8} = 2.89$$

$$F_{22} = 1 + .3(2.89) + .3(2.63)$$

$$F_{22} = \frac{2.656}{4}$$

Para obtener el primer tiempo de transición de un edo y de regreso al mismo, es posible determinar ese valor utilizando la sig. expresión:

$$F_{ii} = \frac{1}{s_i}$$

en donde s_i es la prob. de edo. estacionario para el edo. i

$$V_1 = V_0 T = (2.3 \quad .3 \quad .4 \quad 1)$$

$$V_2 = V_1 T = (2.36 \quad .377 \quad .387)$$

$$V_3 = V_2 T = (2.377 \quad .376$$

⋮
⋮
⋮

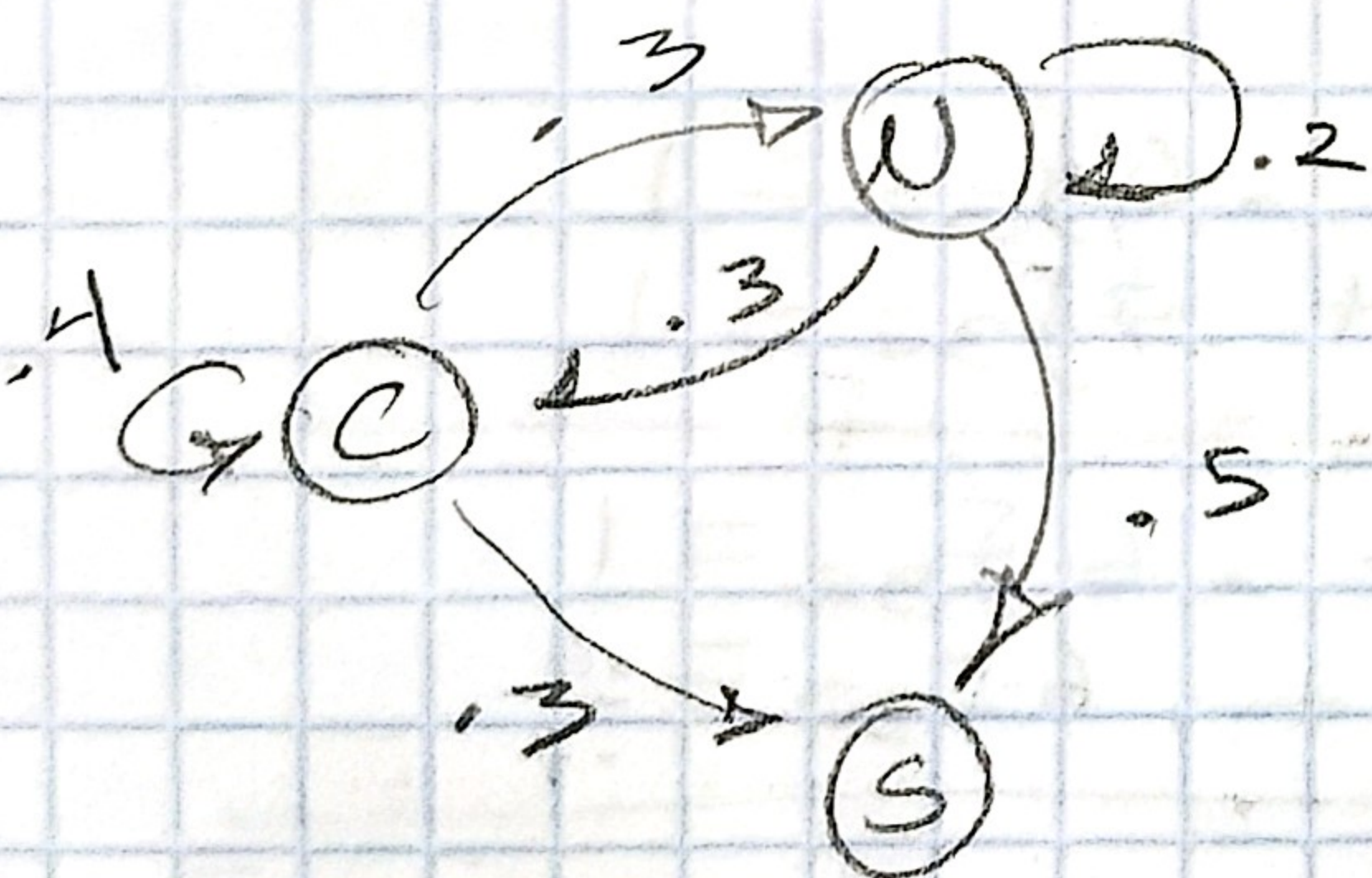
$$V_n = (.238 \quad .376 \quad .383)$$

$$F_{11} = \frac{1}{.238} = 4.2$$

$$F_{22} = \frac{1}{.376} = 2.65$$

Final: SUR

COMPROBANDO



Per	Ubicación I.	Destino	
1	C	.940	SUR Ya llego
1	C	.634	NTE
2	N	.163	C
3	C	.758	S Ya llego
1	C	.444	N
2	N	.229	C
3	C	.288	C
4	C	.625	N
5	N	.389	

CENTRO		
X	P(X)	R(X)
C	.4	.4
N	.3	.7
S	.3	1.00

NTE		
X	P(X)	R(X)
C	.3	.3
N	.2	.5
S	.5	1

.948 S Ya llego

15.03.06

Para la sig. Matriz de transición calcular las prob. de encontrarse en los edos X y o Z despues de 2 periodos, si el edo. inicial es: $v_0 = (.3, .4, .3)$

a) Calcular el 1er tiempo de transición para pasar del edo X al Y

$$T = \begin{matrix} & X & Y & Z \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} & \begin{pmatrix} .2 & .2 & .6 \\ .8 & .1 & .1 \\ .7 & 0 & .3 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

b) Calcular el 1er tiempo de transición para pasar del Y a Y y del edo Z al Z

a) $F_{12} = 1 + P_{11} F_{12} + P_{13} F_{32}$

$i=1$
 $j=2$
 $k=1, 3$

① $F_{12} = 1 + P_{11} F_{12} + P_{13} F_{32}$

$i=1$
 $j=2$
 $k=1, 3$

$F_{12} = 1 + .2 F_{12} + .6 F_{32}$
 $.8 F_{12} - .6 F_{32} = 1$

② $F_{32} = 1 + P_{31} F_{12} + P_{33} F_{32}$

$i=3$
 $j=2$
 $k=1, 3$

$F_{32} = 1 + .7 F_{12} + .3 F_{32}$
 $.7 F_{32} - .7 F_{12} = 1$

$.8 F_{12} - .6 F_{32} = 1$
 $-.7 F_{12} + .7 F_{32} = 1$

$.8(9.28) - .6 F_{32} = 1$
 $7.42 - .6 F_{32} = 1$

$.8 F_{12} - .6 F_{32} = 1$
 $-.6 F_{12} + .6 F_{32} = \frac{.6}{.7}$

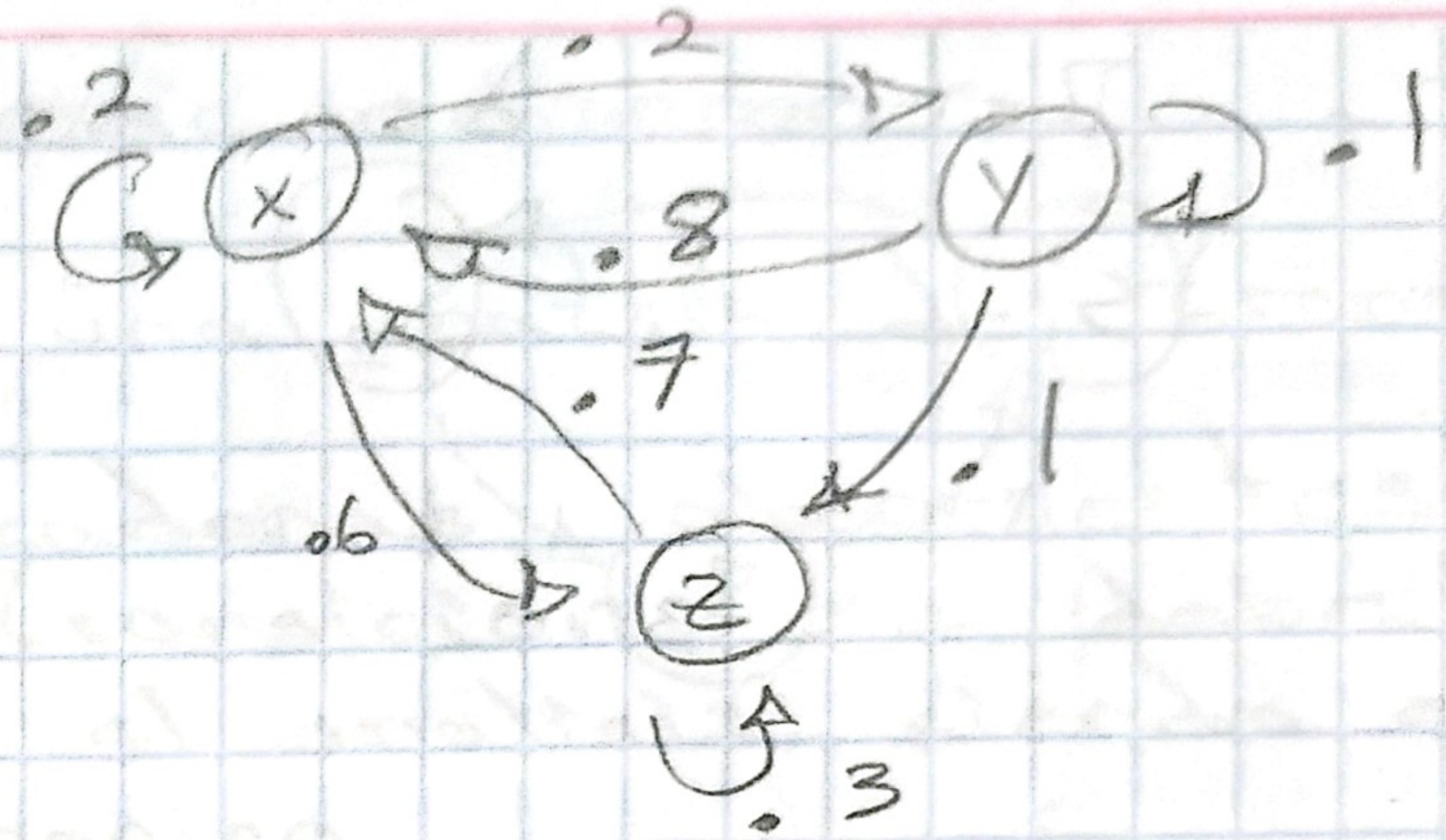
$F_{32} = 10.71$

$.2 F_{12} = \frac{1.3}{.7}$
 $F_{12} = \frac{1.3}{.14} = 9.28$

$F_{12} = 1 + .2(9.28) + .6(10.71)$

$F_{12} =$

b)



$$V_2 = \begin{pmatrix} X & Y & Z \\ .415 & .128 & .457 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = V_0 \times T = (.59, .1, .31)$$

$$V_2 = V_1 \times T = (.415, .128, .457)$$

$$V_3 = V_2 \times T = (.5053, .0958, .3989)$$

$$V_4 = V_3 \times T = (.45693, .11064, .43243)$$

$$V_5 = V_4 \times T = (.4825, .10245, .414951)$$

$$V_6 = V_5 \times T = (.468925, .106745, .4242303)$$

$$V_7 = V_6 \times T = (.4761422, .1044595, .4192985)$$

$$V_8 = V_7 \times T = (.472304, .1056743, .4219208)$$

↓

 S_{22}

↓

 S_{33}

$$F_{22} = \frac{1}{.105} = 9.54$$

$$F_{33} = \frac{1}{.421} = 2.37$$