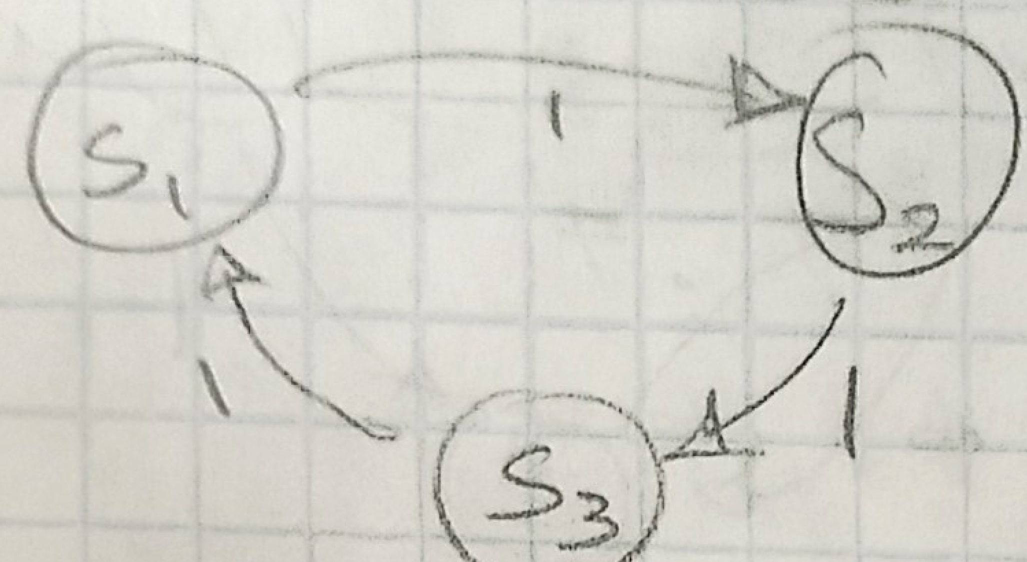
Ejr. Retomando del 27



$$T = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} S_1 & S_2 & S_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

f_{12}

$$f_{12} = 1 + 0f_{12} + 0f_{32} = 1$$

$$f_{32} = 1 + P_{31} f_{12} + P_{33} f_{32} =$$

$$= 1 + 1(1) + 0f_{32} = 2$$

f_{11} Es ciclico no tiene estacionalidad

Entonces hay que seguir el proc.

$$f_{11} = 1 + P_{12} f_{21} + P_{13} f_{31} = 3 \quad i=1 \quad j=1 \quad k=2\,3$$

$$f_{21} = 1 + \underbrace{\cancel{P_{22}}}_{0} f_{21} + \underbrace{P_{23}}_{(1)} \underbrace{f_{31}}_{(1)} = 2$$

$$f_{31} = 1 + \overbrace{\cancel{P_{32}}}^{0} f_{21} + \overbrace{\cancel{P_{33}}}^{0} f_{31} = 1$$

$$f_{11} = 3$$

1er Parcial

22.03.06

2° Parcial

FORMA CANONICA

La forma canonica de una matriz de transición

En el analisis de las cadenas absorventes de Markov la matriz de transición se debe formar de tal manera que permita el analisis, siendo este resultado la forma canonica.

Primero se estudia los edos. absorventes al reordenar filas y columnas en el proceso de la formación de la matriz en forma canonica.

Las probabilidades de transición de los edos. absorventes aparecen juntos en el extremo izq. de la matriz T con el valor 1 en la diagonal principal. Entonces las filas y columnas de los edos. transitorios son colocados en cualquier orden en las posiciones restantes de la matriz.

Ejm: Dadas las matrices

$$T = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} S_1 & S_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad T = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} S_1 & S_2 & S_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$T = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ordenarlas en la forma canonica.

Los que tienen col. 1 son los absorventes y van hasta la izq.

$$T = \begin{array}{c} \\ S_2 \\ S_1 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} S_2 & S_1 \end{array} \\ \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline 1/2 & 1/2 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} S \\ T \end{array} \qquad T = \begin{array}{c} \\ S_2 \\ S_3 \\ S_1 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} S_2 & S_3 & S_1 \end{array} \\ \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} S \\ T \end{array}$$

Despues separamos los absorventes de los transitorios

$$T = \begin{array}{c} \\ S_2 \\ S_4 \\ S_1 \\ S_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_2 & S_4 & S_1 & S_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} S \\ T \end{array}$$

Las lineas punteadas muestran la formación de ciertas submatrices. De manera general, si hay S edos absorventes y T edos Transitorios.

la forma canonica de la matriz de transición es la siguiente.

$$T = \begin{array}{c} s\{ \\ t\{ \end{array} \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{I}^{s} & \overbrace{0}^{t} \\ \hline R & Q \end{array} \right)$$

Donde I es la matriz unidad s por s, 0 es una matriz de elementos nulos s por t.

R: es una matriz t por s de paso de estados transitorios a estados absorventes.

Q: Es una matriz t por t de paso de estados transitorios a estados transitorios.

I y Q son matrices cuadradas.

0 y R pueden ser cuadas o no.

Los siguientes valores son de gran interes en el estudio de las cadenas absorventes de Markov.

a) La media y la varianza del numero total de ocaciones en que la cadena esta en un cierto estado S_j sabiendo que empieza en un edo transitorio S_i

b) La media y la varianza del numero total de ocasiones en que la cadena esta en el conjunto transitorio

c) La probabilidad de que el proceso se quede atrapado en el estado absorvente S_j sabiendo que empieza en el estado transitorio S_i

Para el calculo de estos valores se requiere desarrollar las siguientes matrices:

1. Matriz Fundamental

Si Q es la submatriz t por t de la matriz de transición en su forma canonica, y la matriz unidad s por s estonces se dice que la matriz fundamental de la cadena es N que es:

$$N = (I - Q)^{-1}$$

Sea $n_j \rightarrow n_j$ el numero total de veces que una cadena absorvente esta en un edo transitorio s_j (incluyendo la posición inicial). El calculo de la media y la varianza de n_j, sabiendo que el proceso empieza en el edo transitorio s_i estan dados por:

$N \rightarrow$ $E_i(n_j)$ $VAR_i(n_j) \leftarrow N_2$

Donde $E_i(n_j)$ es el ijesimo elemento de la matriz $\rightarrow N$

Y $VAR_i(n_j)$ Es el ijesimo elemento de la matriz N_2

donde:

$$N_2 = N(2N_{DG} - I) - N_{SQ}$$

En donde N_{DG} son los elementos de la diagonal principal de la matriz N.

Ejm:

$$N = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \longrightarrow N_{DG} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

N_{SQ}: Son los cuadrados de los elem. de la matriz N

Ejm: $N_{SQ} = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 \\ c^2 & d^2 \end{pmatrix}$

Edo inicial y final

$$N = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} & s_j \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ s_i \end{array} & \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \end{array}$$

Ejr: Para la siguiente matriz obtener la matriz fundamental

$$T=\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & \frac{1}{3} & 0 & 2/3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1/8 & 3/8 & 1/2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|ccc} & S_2 & S_1 & S_3 \\ \hline S_2 & 1 & 0 & 0 \\ S_1 & 0 & \frac{1}{3} & 2/3 \\ S_3 & 3/8 & 1/8 & 1/2 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & Q \end{array}\right)$$

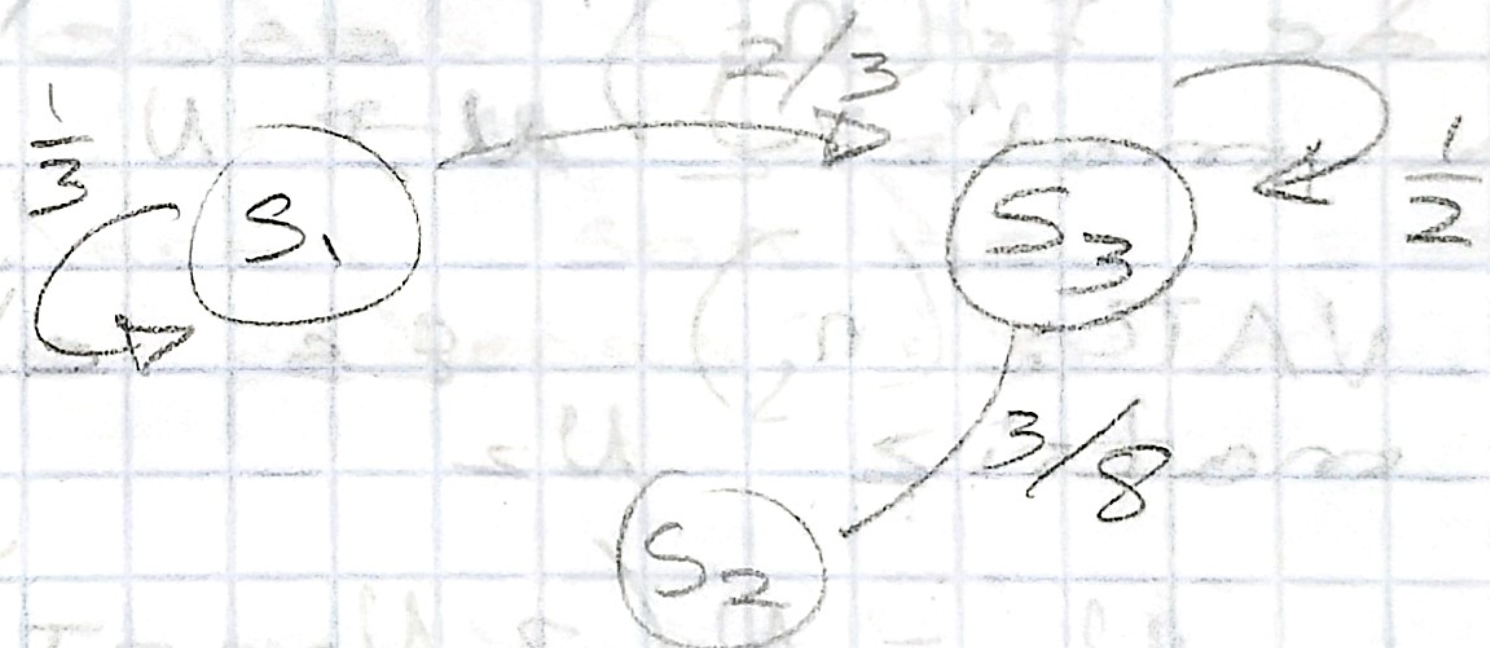
obtenemos matriz fundamental.

$$(I-Q)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -2/3 \\ 1/8 & 1/2 \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} \frac{1}{3} & -2/3 & 1 & 0 \\ 1/8 & 1/2 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/8 & 1/2 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 2 & 8/3 \\ 1/2 & 8/3 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{array}{c|cc} & S_1 & S_3 \\ \hline S_1 & 2 & 8/3 \\ S_3 & 1/2 & 8/3 \end{array}$$

Media



Ahora obtener $N_2 = N(2N_{DG} - I) - N_{SQ}$

$$N_2 = \begin{pmatrix} 2 & 8/3 \\ 1/2 & 8/3 \end{pmatrix}\left[2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8/3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] - \begin{pmatrix} 4 & 64/9 \\ \frac{1}{4} & 64/9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 8/3 \\ 1/2 & 8/3 \end{pmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 13/3 \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 64/9 \\ \frac{1}{4} & 64/9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & \frac{104}{9} \\ 3/2 & 104/9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 64/9 \\ \frac{1}{4} & 64/9 \end{pmatrix}$$

$$N_2 = \begin{array}{c|cc} & S_1 & S_3 \\ \hline S_1 & 2 & 40/9 \\ S_3 & 5/4 & 40/9 \end{array}$$

Varianza

De S_1 a S_3 $\frac{40}{9}$

intervalo de confianza $\bar{x} \pm z s$ $s = \sqrt{s^2}$

$2.66 \pm 1.96\ (2.1)$

Checas en tablas el 95%

$$\begin{array}{l} \text{lim inf} \\ \text{lim sup} \end{array} = \begin{array}{cc} LI & LS \\ \left[\, 1 \right., & \left. 6.7 \,\right] \end{array}$$

al 95% de confianza

Almenos 1

El maximo de pasos de S1 a S7 es 6.7 y el prom es 2.66

Ahora de S_3 a S_1 $\frac{5}{4}$

Intervalo de confianza

$\bar{X} \pm 1.96\ (1.11)$, $\bar{X} = .5$

$$\begin{array}{cc} [\,0\,, & 2.69\,] \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{min} & \text{Max} \end{array}$$

Promedio .5

Dada la sig. Matriz de transición

$$\begin{array}{c|cccc} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ \hline X_1 & .1 & .7 & 0 & .2 \\ X_2 & 0 & .2 & .6 & .2 \\ X_3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ X_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Calcular las matrices N y N_2 y efectuar el analisis correspondientes

$$\begin{array}{c|cccc} & X_3 & X_4 & X_1 & X_2 \\ \hline X_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ X_1 & 0 & .2 & .1 & .7 \\ X_2 & .6 & .2 & 0 & .2 \end{array} \qquad \begin{pmatrix} I & 0 \\ R & Q \end{pmatrix}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \end{array}\begin{array}{cc} S_1 & S_2 \\ \multicolumn{2}{c}{\begin{pmatrix} .9 & -.7 \\ 0 & .8 \end{pmatrix}^{-1}} \end{array} = \left(\begin{array}{cc|cc} .9 & -.7 & 1 & 0 \\ 0 & .8 & 0 & 1 \end{array}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -.7 & 1.11 & .97 \\ & & 0 & 1.25 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{array}{c|cc} & X_1 & X_2 \\ \hline X_1 & 1.11 & .97 \\ X_2 & 0 & 1.25 \end{array}$$

$$N_2 = N(2N_{DG} - I) - N_{SQ}$$

$$N_{DG} = \begin{pmatrix} 1.11 & 0 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix} \qquad N_{SQ} = \begin{pmatrix} 1.23 & .94 \\ 0 & 1.56 \end{pmatrix}$$

$$N_2 = \begin{pmatrix} 1.11 & .97 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 2.22 & 0 \\ 0 & 2.50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] - \begin{pmatrix} 1.23 & .94 \\ 0 & 1.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1.11 & .97 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix}\begin{bmatrix} 1.22 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} 1.23 & .94 \\ 0 & 1.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1.35 & 1.45 \\ 0 & 1.875 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1.23 & .94 \\ 0 & 1.56 \end{pmatrix}$$

Z: Nivel de conf. $95\% = 1.96$

$$N_2 = \begin{array}{c|cc} & S_1 & S_2 \\ \hline S_1 & 0.12 & .51 \\ S_2 & 0 & .315 \end{array}$$

De S_1 a $S_2 = .51$

$I.C._{X_1} = \bar{X} \pm ZS$ $\qquad S_{X_1} = .346$

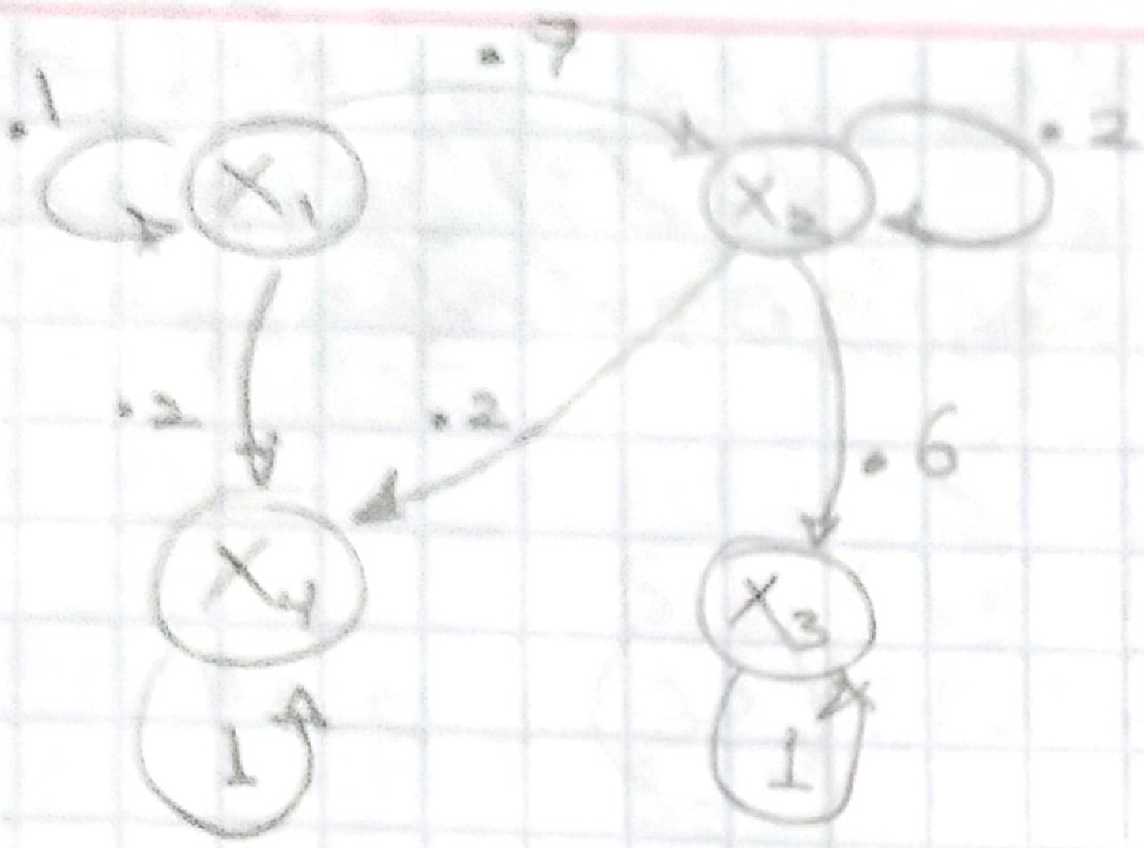
$= 1.11 \pm 1.96(.346)$

Empezando en 1° y terminando en 1°

$X_1 \; [1, 1.78]$

minimo 1 periodo

Max 1.78 periodo



Intervalo $X_1 \to X_2$
el mínimo es cero
El maximo es 2.36

X_{1-2} $[0, 2.36]$
al 95%

$\sqrt{.51} = .71$

$\bar{x}$
$.97 + 1.96(.71) = 2.36$

Intervalo $X_2 \to X_2$

$[0, 2.34]$

$\bar{x}$
$1.25 + (1.96)(.56) = 2.34$

b) Vectore τ τ_2 Tao

Sea t el numero de veces que una cadena absorvente se mueve entre estados transitorios (Incluyendo la posición inicial) Antes de pasar a 1 de los edos. absorventes, $E_i(t)$ la media y $Var_i(t)$ la varianza, sabiendo que la cadena empieza en el edo transitorio S_i.

Entonces $E_i(t)$ es el iesimo elemento del vector columna τ que es igual a la matriz N por el vector ξ el cual es un vector unitario apropiado

$$\tau = N\xi$$

y $Var_i(t)$ es el iesimo elemento del vector columna $\tau_2 = (2N - I)\tau - \tau_{sq}$

$$\tau_{sq} = \begin{pmatrix} \tau_1^2 \\ \tau_2^2 \end{pmatrix}$$

Retomando ej. Anterior.

$$\tau = \begin{pmatrix} 1.11 & .97 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 2.08 \\ 1.25 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array}$$

$$\tau_2 = \left[2\begin{pmatrix} 1.11 & .97 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 2.08 \\ 1.25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4.32 \\ 1.56 \end{pmatrix}$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 2.22 & 1.94 \\ 0 & 2.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 2.08 \\ 1.25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4.32 \\ 1.56 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.22 & 1.94 \\ 0 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.08 \\ 1.25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4.32 \\ 1.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4.96 \\ 1.875 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4.32 \\ 1.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.642 \\ 0.315 \end{pmatrix}$$

Varianza
Sacamos $\sqrt{\ }$
Para DesvEst

$$\therefore \begin{pmatrix} .80 \\ .56 \end{pmatrix}$$

del Edo Inicial a algun absorvente

Es menor que el 1 del minimo

$$X_1 \left[1 , 3.64 \right] \qquad \bar{x} \pm z s$$

$$2.08 \pm 1.96(.80) = \begin{matrix} .512 \\ 3.648 \end{matrix}$$

$$X_2 \left[1 , 2.34 \right] \qquad 1.25 \pm 1.96(.56) = 2.34$$

Prob. de Edo. Trans → Abs. → Es una matriz Prob Σ=1

$$B = NR$$

$$= \begin{pmatrix} 1.11 & .97 \\ 0 & 1.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & .2 \\ .6 & .2 \end{pmatrix} = \begin{array}{c|cc} & X_3 & X_4 \\ X_1 & .582 & .416 \\ X_2 & .75 & .25 \end{array}$$

29.03.06

De la siguiente cadena absorbente cual es la probabilidad de terminar en cada uno de los estados absorventes

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{array} & \begin{pmatrix} .5 & .1 & .2 & .2 \\ .3 & .4 & .2 & .1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$N = (I - Q)^{-1}$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} S_3 & S_4 & S_1 & S_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} S_3 \\ S_4 \\ S_1 \\ S_2 \end{array} & \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline .2 & .2 & .5 & .1 \\ .2 & .1 & .3 & .4 \end{array}\right) \end{array}$$

I 0 R Q

$$N = \begin{pmatrix} .5 & -.1 \\ -.3 & .6 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} .5 & -.1 & 1 & 0 \\ -.3 & .6 & 0 & 1 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -.2 & 2 & 0 \\ 0 & 1.8 & 2 & 3.\overline{33} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2.\overline{22} & 0.37 \\ 0 & 1 & 1.\overline{11} & 1.85 \end{array}\right)$$

$$B = N R = \begin{pmatrix} 2.22 & 0.37 \\ 1.11 & 1.85 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} .2 & .2 \\ .2 & .1 \end{pmatrix}$$

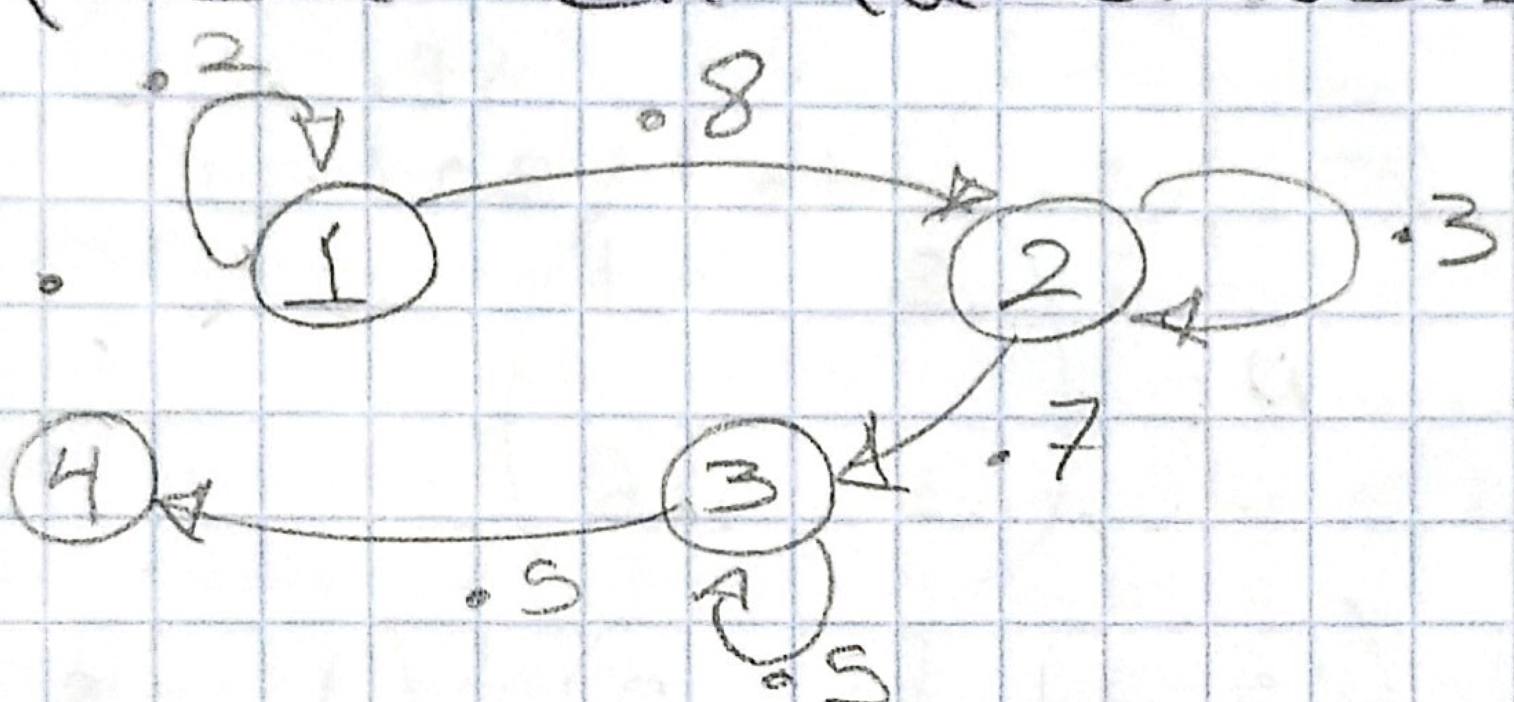
$$= \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} S_3 & S_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \end{array} & \begin{pmatrix} .518 & .482 \\ .592 & .407 \end{pmatrix} \end{array}$$

Un estudiante necesita 3 años para alcanzar un diploma. cada año hace un examen para saber si puede pasar de curso o no. si aprueba avanza y deja la universidad al final del 3^{er} curso. Si reprueba repite el curso.

Las probabilidades de que pase todos los examenes son:

1 .8 3 .5
2 .7

Determinar la media y la varianza del numero de años de un estudiante con estas prob. pasa en la universidad.



$$\begin{array}{c|cccc} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \hline S_1 & .2 & .8 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & .3 & .7 & 0 \\ S_3 & 0 & 0 & .5 & .5 \\ S_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|cccc} & S_4 & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline S_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & 0 & .2 & .8 & 0 \\ S_2 & 0 & 0 & .3 & .7 \\ S_3 & .5 & 0 & 0 & .5 \end{array}$$

$$N = (I - Q)^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} .8 & -.8 & 0 \\ 0 & .7 & -.7 \\ 0 & 0 & .5 \end{pmatrix}^{-1} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} .8 & .8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & .7 & .7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1.25 & 0 & 0 \\ 0 & .7 & -.7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1.25 & -1.428 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1.428 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$N = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1.25 & 1.428 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1.428 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

$$\tau = N\,\xi = \begin{array}{c} C_1\\ C_2\\ C_3\end{array}\begin{pmatrix}4.67\\ 3.42\\ 2\end{pmatrix} \to \text{Promedio}$$

$$\begin{pmatrix}1.25 & 1.428 & 2\\ 0 & 1.428 & 2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$$

$$\tau_2 = (2N - I)\,\tau - \tau_{SQ} = \begin{array}{c} C_1\\ C_2\\ C_3\end{array}\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$= \quad \tau_{SQ} = \begin{pmatrix}21.80\\ 11.68\\ 4\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}2.5 & 2.856 & 4\\ 0 & 2.856 & 4\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1.5 & 2.856 & 4\\ 0 & 1.856 & 4\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}\overset{\tau}{\begin{pmatrix}4.67\\ 3.42\\ 2\end{pmatrix}}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}24.76\\ 14.347\\ 6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}21.80\\ 11.68\\ 4\end{pmatrix} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix}2.96\\ 2.667\\ 2\end{pmatrix}} \to \text{Varianza} \to S = 1.7$$

$$\bar{X} \pm ZS \qquad Z_{95} = 1.96$$

$$4.67 \pm 1.96\,(1.7) \to (1.3\,,\ 8.0)$$

→ Minimo 3 años
Maximo 8 años

$$\therefore \quad [3,\ 8]$$

N_1, N_2, N_3 } Son para c/u pero esto es en total

Marzo 30, 2006

Unos autos estan programados para que pasen por una esquina cada 13 minutos, pero en realidad la llegada de cada uno de ellos varia normalmente alrededor del tiempo programado de llegada con una desviación estandar de 3 min.

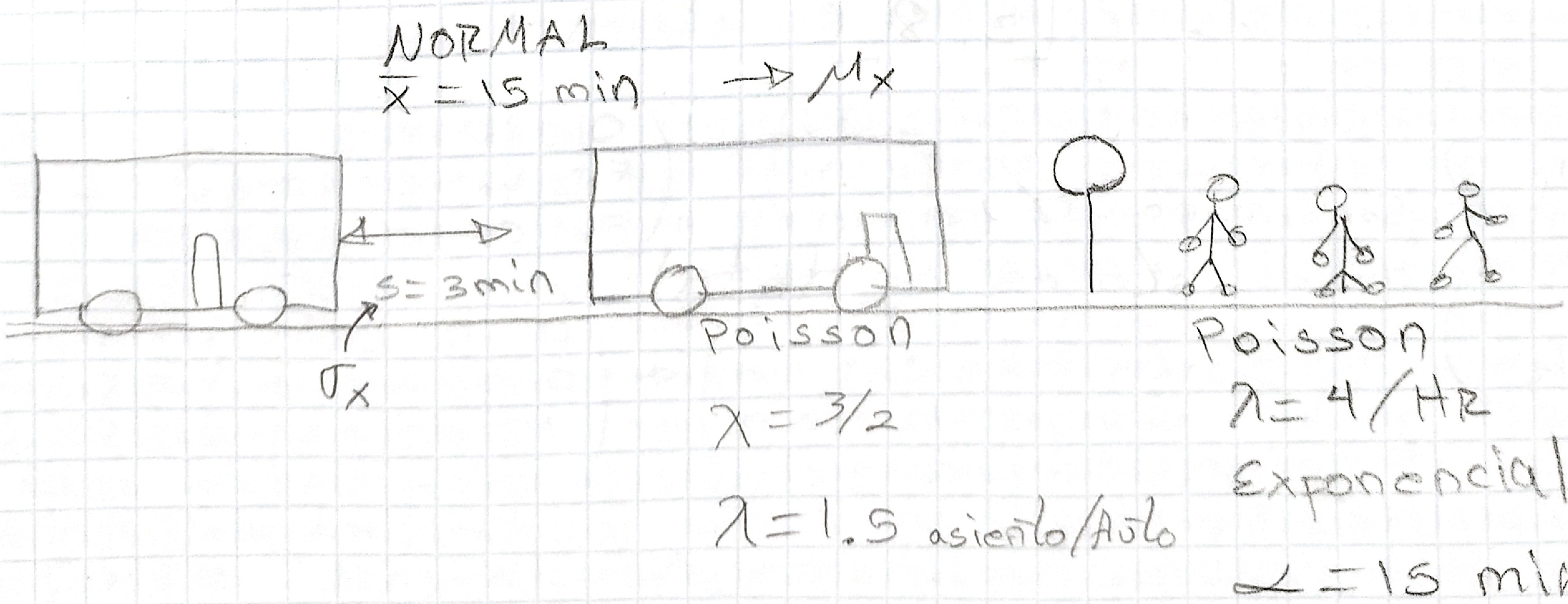
La gente que desea abordar el autobos se distribuye segun la ley de poisson con una taza de media de llegada de 4 por hora (cada pasajero llega con intervalos de llegada de 15 min distribuidos Exponencialmente.

El número de asientos vacios en el autobus sigue una distribución con una taza de 3/2.

Si no se permiten viajeros de Pie. Determinar el tiempo medio de espera de una persona que llegue a esperar el autobus.

$x15 = 14$

$.933$
$.73$



Inicio 7:00

Autobus	Hora Llegada	Asientos Disponibles		Persona No.	Hr. Llegada	Hora de Abordaje	Asignación Pers.-Aut	Tiempo Espera
1	7:14	.462	1	1	7:13	7:14	1-1	1
2	7:25	.643	2	2	7:25	7:25	2-2	0
3	7:40	.790	2	3	7:36	7:40	3-3	4
4	7:57	.183	0	4	7:46	8:27	4-6	41
5	8:09	.214	0	5	7:57	8:27	5-6	30
6	8:27	.943	4	6	8:17	8:27	6-6	10
7	8:36	.698	2	7	8:52	9:14	7-9	22
8	8:52	.074	0	8	9:06	9:14	8-9	8
9	9:14	.704	2	9	9:20	9:48	9-11	28
10	9:29	.210	0	10	9:35	9:48	10-11	13
11	9:48	.831	3	11	9:51	10:19	11-13	28
12	10:05	.122	0	12	10:01	10:19	12-13	18
13	10:19	.777	2					

203

Prom $\rightarrow \bar{x} = 16.9 \rightarrow 17$ min

12 A en 3 hrs = 4

Función para obtener valores de una variable que se distribuye deacuerdo a la distribución Normal.

$$\boxed{X = \sigma_x \left(\frac{12}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=1}^{K} r_i - \frac{K}{2}\right) + \mu_x}$$

K: Numero de Numeros aleatorios para calcular un valor de la variable ($K \geq 12$) aunque para calculos $K=6$

Ejm $K=6$

$X_1 = 3(2)^{\frac{1}{2}}(2.64-3)+15_{min} =$ 13.4 Redondeamos

$\Downarrow$

14.00 min

		.319
.240	0.032	.836
.558	.486	.966
.820 .529	.364	.74
.199	.771	.595
.294	.796 .91	.161
2.640	3.359	4.583

Poisson: Ocurrencias en una unidad de tiempo.

$X_2 = 3(2)^{\frac{1}{2}}(3.359-3)+15 =$

$= (4.2426407)(1.523)+15 = 16.523$

$X_3 = (\quad)(1.583)+15 = 21.7161$

$X_4 =$

No. Acientos

Poisson

$$F(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$P(x=0) = \frac{(1.5)^0 (e)^{-1.5}}{0!} = .223$$

$$P(x=1) = \frac{(1.5)^1 e^{-1.5}}{1!} = .335$$

$$P(x=2) = \frac{(1.5)^2 e^{-1.5}}{2!} = .251$$

$$P(x=3) = \frac{1.5^3 e^{-1.5}}{3!} = .125$$

$$P(x=4) = \frac{1.5^4 e^{-1.5}}{4!} = .47$$

X	P(x)	$\mathbb{P}(x)$	
			0
0	0.223	.223	1
1	0.335	.558	2
2	0.251	.809	3
3	0.125	.934	4
4	0.047	.981	5
5	0.014	.995	6
6	0.003	.998	

de 0 → .223 = 0 A

.224 → .558 = 1 A

→ hasta q' se hace que ≅ 1

Exponencial $x = -\frac{1}{\lambda} \ln r$ → Hra de llegada de las personas

$$X_1 = -\frac{1}{4/60} \ln(.421) = 12.97 \approx 13$$

$X_2 =$ $\quad = \quad$ 20

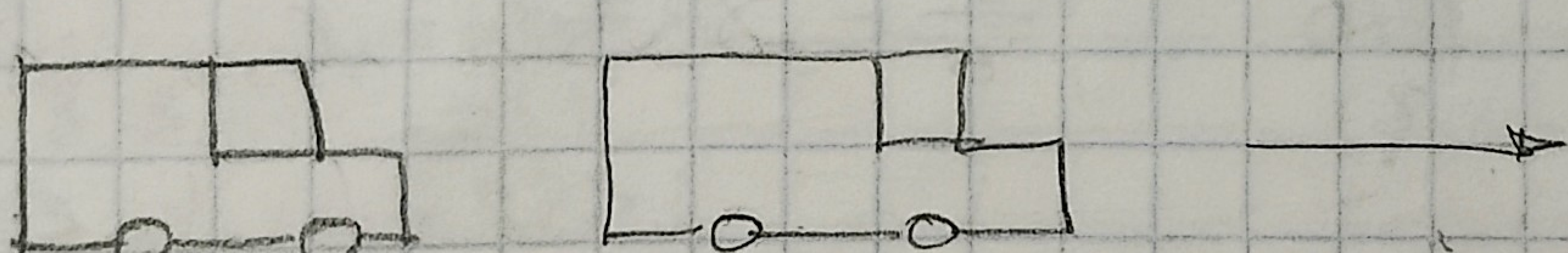
$X_3 =$

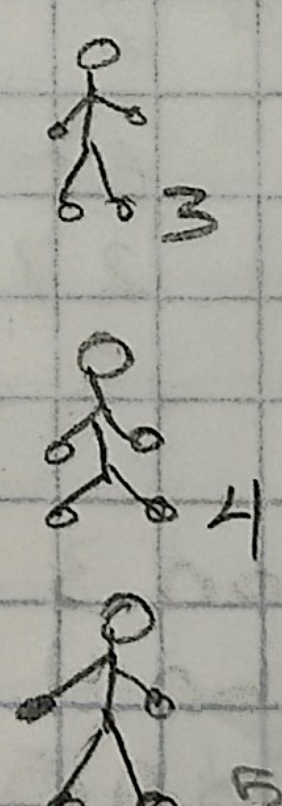
3/Abr/06

Una cadena de supermercados es abastecidas por un almacen central. La mercancia que llega a este almacen es descargada en turnos nocturnos. Los camiones que se descargan en este almacen llegan en forma aleatoria deacuerdo a un proceso Poisson a una razon media de 2 camiones por hr.

El tiempo que un equipo de 3 trabajadores se tarda en descargar un camión sigue una distribución normal con media de 25 min y Desv Est de 3. si el numero de trabajadores en el equipo se incrementa, por ejemplo si son 4 trabajadores el tiempo se reduce a 20 min con Desv Est de 2 min, si el equipo es de 5 trabajadores el tiempo se reduce a 10 min con desv Est de 2.

El administrador del almacen desea saber cual es el tamaño optimo del equipo si c/trabajador recibe $25 por hr. y el costo de tener un camión esperando es de $50 la hr.





$\mu = 25$ $\sigma = 3$

$\mu = 20$ $s = 2$

$\mu = 10$ $s = 2$

$\lambda = 2/Hr$

Exponencial

$\alpha = 30 \text{ min} = \frac{1}{\frac{2}{60}}$

$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(r)$

23 57

Generados

NOCTURNO

Camion	Hr Llegada	Hr Inicio	Fin Descarga	EQ 3 PERS. Tiempo Desarga	Permanencia Camión	COSTO
1	10:06	10:06	10:33	27	27	22.5
2	10:10	10:34	10:58	24	48	40
3	10:33	10:59	11:23	24	50	41.66
4	10:42	11:24	11:46	22	64	53.33
5	11:00	11:47	12:08	21	68	56.67
6	11:57	12:09	12:35	26	38	31.67
7	12:22	12:36	1:01	25	39	32.5
8	12:40	1:02	1:27	25	47	39.167
9	12:48	1:28	1:50	22	62	51.667
10	1:00	1:51	2:21	30	81	67.5
	1:21	2:22	2:48	26	79	65.83
			31 / 119	375 $75/Hr		$503

$L_0 = -30 \ln(r)$

Como el tiempo de descarga es $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$
Normal $= \frac{1}{30} = \frac{1}{\lambda}$

$$x_1 = \sigma\left(\frac{12}{K}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{i=1}^{K} x_i - \frac{K}{2}\right) + \mu$$

con que K sea = 6 esta bien

.547
.272
.450
.928
.369
.910
3.476 = 3.481

$x_1 = 3\left(\frac{12}{6}\right)^{\frac{1}{2}}\left(3.481 - \frac{6}{2}\right) + 25 = 27.06$

$x_2 = 3\left(\frac{12}{6}\right)^{1/2}(2.335 - 3) + 25 =$

60 — $50
27 — ?

$\frac{5}{6} = .8333 = c$

.307
.546
.946
.598
.246
.238
2.885

con 3 $375 + 503 = 878
con 4 $500
con 5 $625

58

Con 4 Trabajadores

No Camión	Hr Llegada	Hr. Inicio	Fin de Descarga	Eq 4 Pers Tiempo Descarga	Permanencia camion	Costo
1	10:06	10:06	10:28	22	22	18.3
2	10:10	10:29	10:47	18	37	30.8
3	10:33	10:48	11:09	21	36	29.9
4	10:42	11:10	11:32	22	50	41.7
5	11:00	11:33	11:55	22	55	45.8
6	11:57	11:57	12:14	17	17	14.1
7	12:22	12:22	12:42	20	20	16.6
8	12:40	12:43	12:59	16	19	15.8
9	12:48	1:00	1:18	18	30	25.0
10	1:00	1:19	1:38	19	38	31.6
11	1:29	1:39	1:59	20	30	25.0
12	2:07					
13						

$$X = \sigma \left(\frac{12}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=1}^{K} x_i - \frac{K}{2}\right) + \mu$$

$$X = 2 (1.41)(.481) + 20 =$$

.129	.685	20
.717	.197	21.54
.261	.875	
.8	.706	
.883	.211	
.23	.875	
3.02	3.549	

2:07	2:07	2:24	17	17	14.1
2:43	2:43	2:57	14	14	11.6

$ 320.3

Costo Empleados
500

T = 820.3

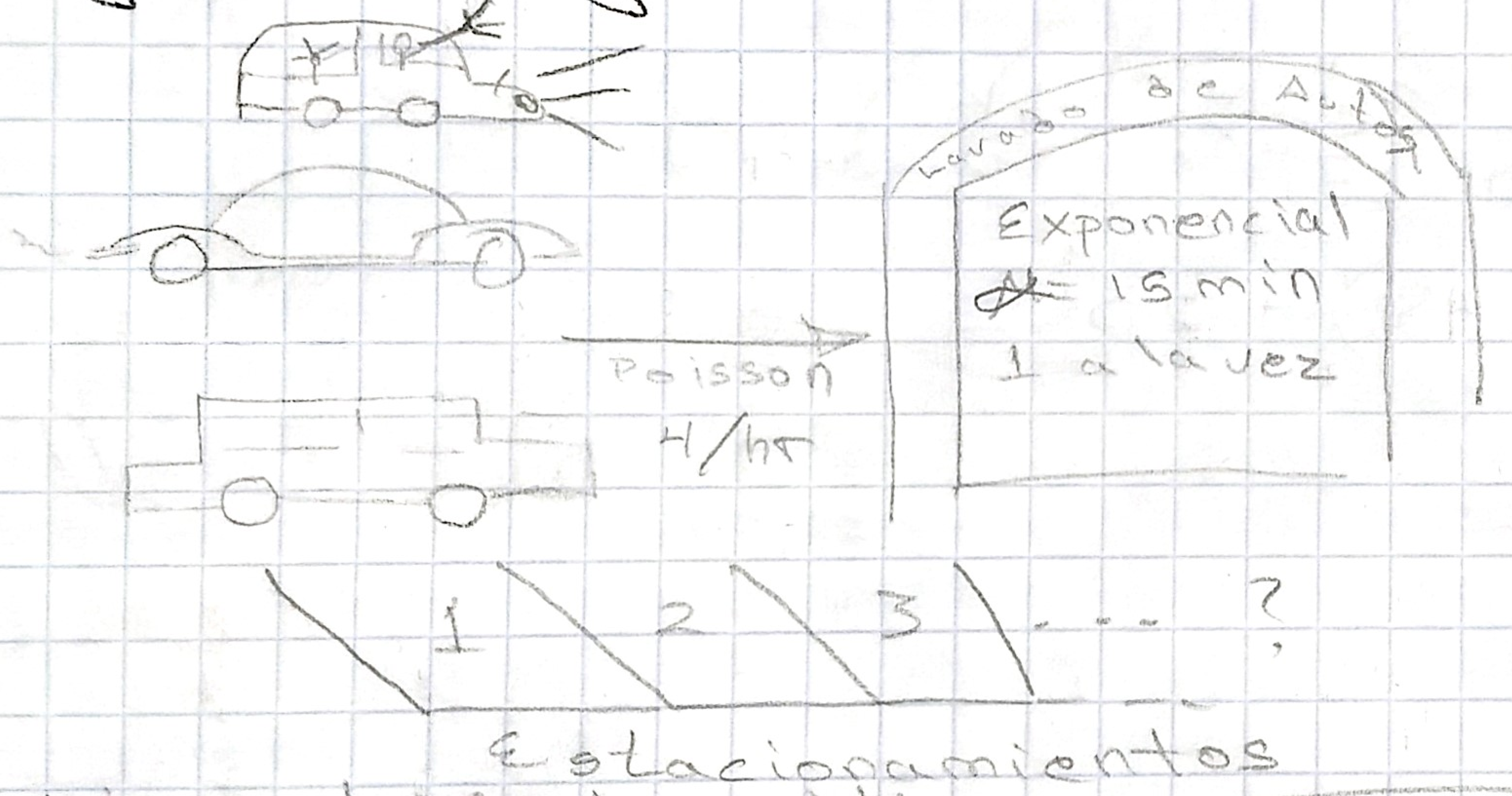
VS
878

Libro:
Tecnicas de Simulación por Computadora

5, Abril 06

En una instalación de servicio de lavado de autos, la información que se tiene, indica que los autos llegan para ser atendidos según un distribución de Poisson de media de 4 autos por hora. El tiempo para lavar y hacear cada automovil varia, pero se advierte que sigue una distribución exponencial con media de 15 min por automovil. La instalación no puede atender a mas de un auto a la vez.

Calcular el numero de lugares de estacionamiento, de manera que se pueda encontrar lugar al llegar a la instalación.



$\alpha = 15 \text{ min} \times \text{Auto}$

$\lambda = \frac{4}{hr}$

$x = -\frac{1}{\frac{4}{60}} \ln(r) = -15 \ln(r)$

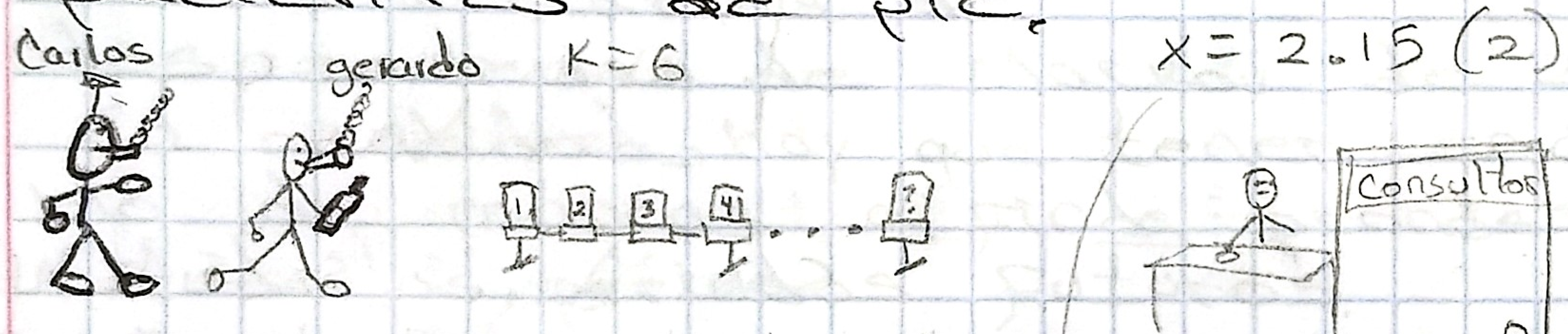
- Definimos lapso de medición

Auto	Hr. Llegada	Inicio servicio	Tiempo servicio	Hora de salida	Cajon
1	8:00	8:00	14	8:14	–
2	8:29	8:29	34	9:03	–
3	8:45	9:04	22	9:26	1
4	9:05	9:27	25	9:52	1
5	9:10	9:53	26		2
6	9:17		29		3
7	9:22				4
8	9:32				5
9	9:44				6
10	9:52				1
11	10:33				
12	10:53				
13	11:37				
14	12:29				
15	1:05				

La Química Florida esta evaluando los requerimientos de la sala de espera para los pacientes que llegan a consulta. Se ha observado que los pacientes llegan a la clínica en forma aleatoria con una distribución de poisson y con una taza promedio de 3 x hr. El tiempo que un paciente invierte en su consulta tiene una distribución normal con tiempo promedio de 15/hr y desviación est. de 2.15 min.

Determinar la capacidad de acientos para la sala de espera considerando que no debe haber pacientes de pie.

$$x = 2.15(2)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{i=1}^{6} r_i - 3\right) + 15$$



$\boxed{X = -20\ln(r)}$

$s = 2.15$ min
$\mu_x = 15$ min

Paciente	Hr Llegada	Inicio servicio	Tiempo de servicio	Hr salida	Asiento
1	9:00	9:00	19	9:19	0
2	9:02	9:19	13	9:22	1
3	9:04	9:22	18	9:40	2
4	9:13	9:40	13	9:53	3
5	9:33	9:53	12	10:05	3
6	9:44		10		4
7	9:58				
8	10:12				
9	10:56				
10	11:11				