Teoria de Graficas   L MiJu   Gpo: 2453

Maribel Dávila A.

Temario:

1er Parcial
Tema I Introducción a la Teo. de Graficas
Tema II Representación Algebraica

2º Parcial
Tema III Conectividad
Tema IV Gráficas
Tema V Gráficas Lineales
Tema VI Gráficas Planares

Evaluación:

Examenes 70%
Trabajo 20% → Eq. Máx. 4 Pers.
Tareas y Participación 10%
100%

Exentos:
Prom. Parciales 7.0

1er ~~Vuelta~~ 70%
2a Vuelta 100%

Bibliografia: Graph Theory ✓ en biblioteca
Harary Frank

Un modelo es una representación simplificada de un sistema real.

Por medio de la teoria de graficos es posible representar y analisar las interacciones ÷ los elementos de un sistema.

Muchas situaciones reales pueden ser representadas por medio de graficas, de aqui la importancia de esa materia que radica en su utilidad como modelo para representar casi toda situación fisica.

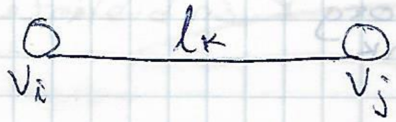
Definición: Una gráfica G consiste en un cjto de vertices un conjunto de lineas y una función que lo relacione

G $\quad V = \{v_1, v_2, v_3, \dots v_n\}$ $\left.\begin{matrix}\text{Vértices}\\ \text{Nodos}\\ \text{Puntos}\end{matrix}\right\}$ (No puede ser vacio)

$E\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots \lambda_k\}$ $\left.\begin{matrix}\text{Lineas}\\ \text{Arcos}\\ \text{Aristas}\end{matrix}\right\}$ (Puede estar vacio)

$\Phi = E \to \{(v_i, v_j),\ v_i, v_j \in V\}$

Los vertices v_i, v_j asociados a la arista λ_k son extremos terminales de la linea ε_j.



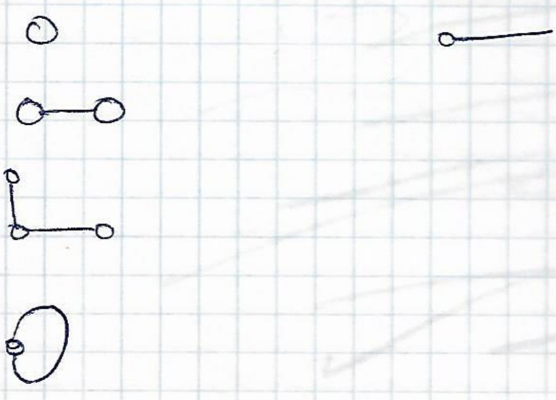
Ejmplos:

G_1

G_2

G_3

G_4



{ No es grafica

9-II-05

Los vertices lineales de una lista se dice q' son icidentes a esa linea 2 vertices V_i y V_j que inciden en una linea en comon se dice q' son adyacenteg es decir, son vertices finales de una misma linea.

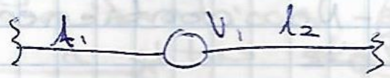
Dos lineas q' no son paralelas p' q' son incidentes en un vertice común se dice que son adyacentes.

Dos lineas E_1 y E_2 q' estan asociadas con un mismo par de vertices se dice q' son lineas paralelas

Vertices Adyacentes

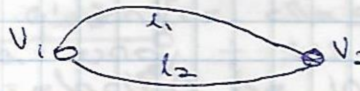
Incidencia

Lineas Adyacentes



$V_i — l_E$

Lineas Paralelas



Si Los vertices extremos de una arista coinciden. ∴ se tiene un loop, ciclo o bucle

$V = \{V_1, V_2, \ldots, V_5\}$ No Nulo

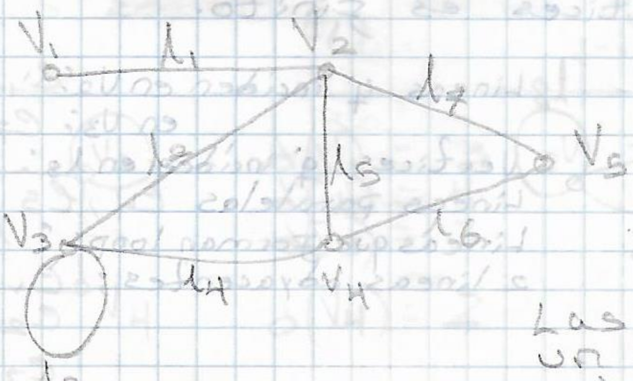
$G = (V, E, \varphi)$

$E = \{l_1, l_2, \ldots, l_7\}$

$\varphi(l_1) = V_1 V_2$ $\quad \varphi(l_4) = V_3 V_4$ $\quad \varphi(l_7) = V_2 V_5$

$\varphi(l_2) = V_2 V_3$ $\quad \varphi(l_5) = V_2 V_4$

$\varphi(l_3) = V_3 V_3$ $\quad \varphi(l_6) = V_4 V_5$



$G|E| = 7$ Tamaño

$G|V| = 5$ Orden

Las graficas tienen un tamaño y un orden.

lineas es llamado Tamaño de G

G/E/ → Tamaño

vertices es llamado orden de G

G/V/ → Orden

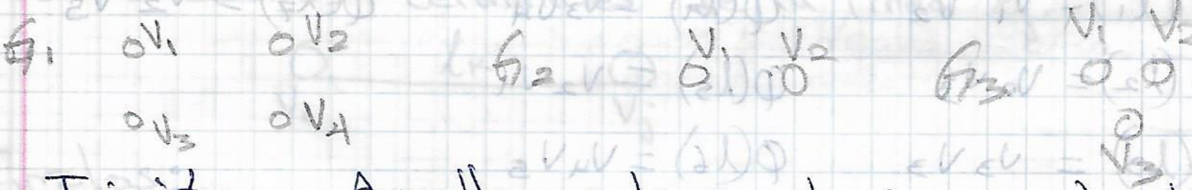
Tipos de Graficas

Simples

- No Contienen loops
- No contienen lineas paralelas

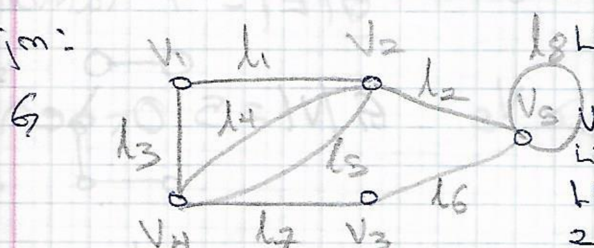
Generales - Pueden no contener Loops y/o lineas paralelas

Nula - No tiene lineas



Finita - Aquella en la que el número de lineas y vértices es finito.

Ejm:



Lineas q' inciden en V_2: e_1, e_2, e_4, e_5

en V_3: e_7, e_6

Vertices q' inciden en l_8: V_5

Lineas paralelas e_4, e_5

Lineas que forman loops: l_8

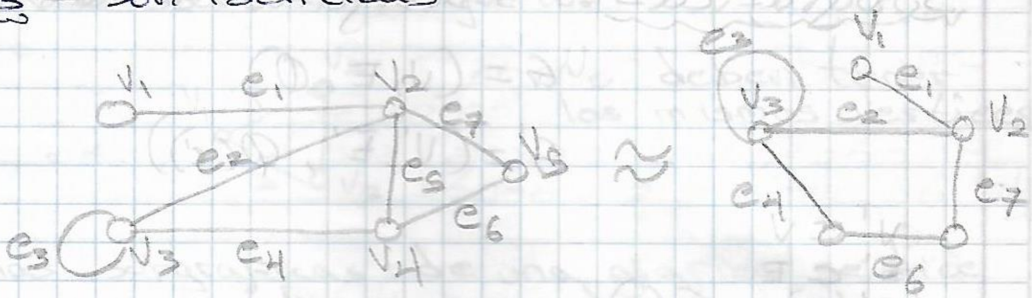
2 lineas adyacentes: $e_1\ e_2$

$e_2\ e_8$

$e_7\ e_6$

$e_4\ e_2$

Isomórficas — son identicas



Si dos graficas son iguales, estas pueden representarse por diagramas identicos, es posible q 2 graficas q' son identicas tengan diagramas diferentes a estas se les llama isomorficas, es decir q' entre ellas existe una correspondencia uno a uno ÷ sus vertices y sus lineas tal que la relación de incidencia, se mantenga.

10-Feb-05

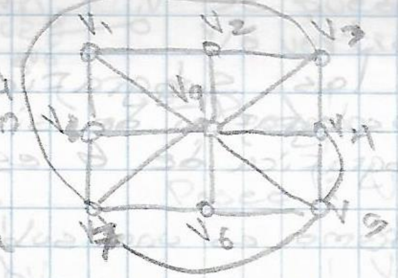
Si V_i es un vertice de la grafica G el grado o valencia de dicho vertice es el numero de aristas q' inciden en el, los loops cuentan doble. la valencia o grado o vertice se denota por $d(V_i)$

Valencia

V_i

- Grado o Valencia
- # Lineas q incidan en él
- Lopp cuenta Doble

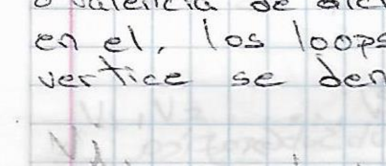
$d(V_i)$



$d(V_1) = 3$
$d(V_2) = 3$
$d(V_3) = 4$
$d(V_4) = 4$
$d(V_5) = 5$
$d(V_6) = 3$
$d(V_7) = 5$
$d(V_8) = 3$
$d(V_9) = 8$
$\overline{38}$

$e = \frac{38}{2}$

$e = 19$ lineas



$d(V_1) = 3$
$d(V_2) = 4$
$d(V_3) = 3$
$d(V_4) = 2$

$2e = \sum d(V_i)$

$e = \frac{\sum d(V_i)}{2}$

$e = \frac{12}{2} = 6$ lineas

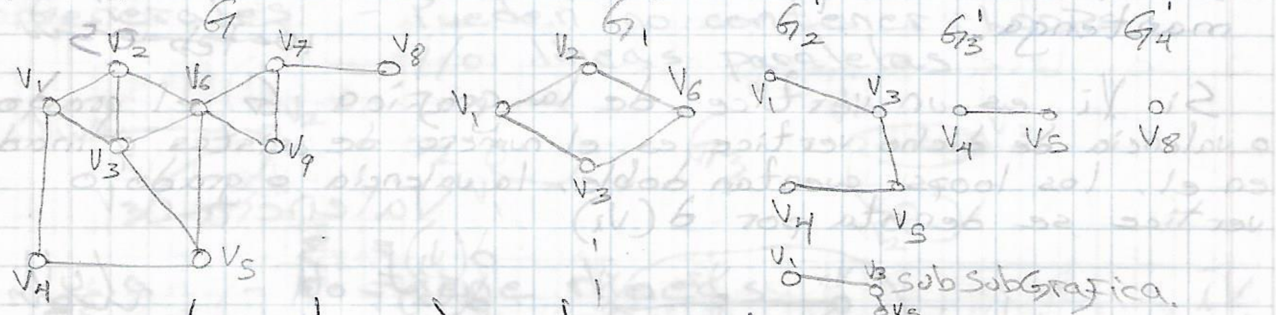
Subgraficas: subconjunto de la Grafica

$$G = (V, E, \phi)$$

$$G' = (V', E', \phi(e'))$$

$V' \subset V$
$E' \subset E$
$\phi'(e') = \phi(e)$

Una grafica G' es una subgrafica de la grafica original G si y solo si, todos los vertices y todas la lineas de G' estan en la grafica original y ademas c/linea de G' tiene los mismos vertices terminales como en la grafica inicial



caracteristica de las subgraficas

Una Grafica es una subgrafica de si misma.

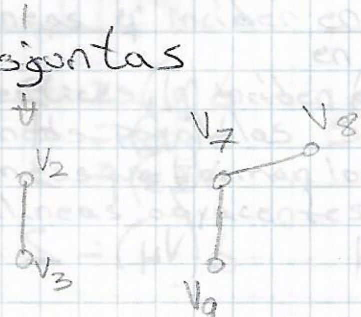
una grafica de una subgrafica de G es una subgrafica de la original.

Un vertice por si mismo es una subgrafica de la original.

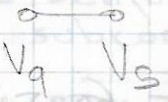
Una linea con sus vertices extremos es una subgrafica de la grafica inical

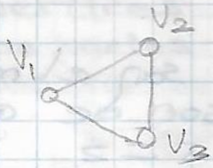
Subgraficas de lines disjuntas

No deben tener
las mismas lineas



Subgraficas de vertices disjuntos





No deben tener los mismos vertices

* Dos o mas subgraficas de una grafica se dice que son subgraficas de lineas separadas o disjuntas si estas no comparten ninguna linea (pueden compartir vertices)

* Dos o más subgraficas se llaman subgraficas de vertices disjuntos si estas no comparten vertices.

* Si dos subgraficas son de vertices disjuntos entonces son de lineas disjuntas

14-Feb-2005

Paseos

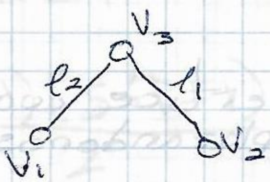
V_1

$V_1, V_2, \ldots, V_n$

$l_1, l_2, \ldots l_k$

- Se pueden repetir lineas y/o vertices
- Pueden contener loops

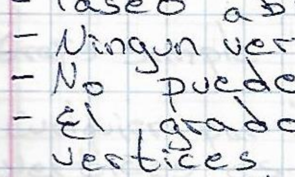
Ejm:



Paseo : V_1, l_2, V_3, l_1, V_2
$V_3, l_1, V_2, l_1, V_3, l_2, V_1$
V_3, l_1, V_2, l_1, V_3

Trayectoria Simple

- Paseo abierto
- Ningun vertice aparece + de 1 vez
- No puede contener loops
- El grado de sus vertices internos es igual a 2 vertices finales es igual a 1

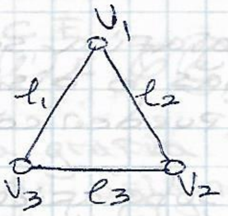


Trayectoria $V_3\ l_2\ V_4\ l_3\ V_2\ l_1\ V_1$
$V_4, l_3, V_2, l_1\ V_2$
V_2, l_3, V_4, l_2, V_3

Circuito ciclo trayectoria circular o poligono

- Trayectoria Cerrada
- Los vertices extremos son el mismo
- Todos los vertices son de grado 2 = Grafica regular de grado r donde r = 2

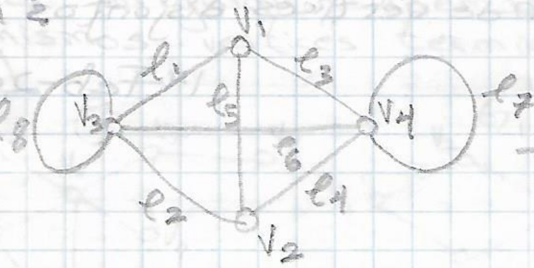
Ejm:



circuito:
$V_1\ e_1\ V_3\ l_3\ V_2\ l_2\ V_1$
$V_2\ l_3\ V_3\ l_1\ V_1\ l_2\ V_2$
$V_3\ l_3\ V_2\ l_2\ V_1\ l_1\ V_3$

Paseo $V_1, e_3, V_4, e_7, l_6\ V_2$

Ejm 2:



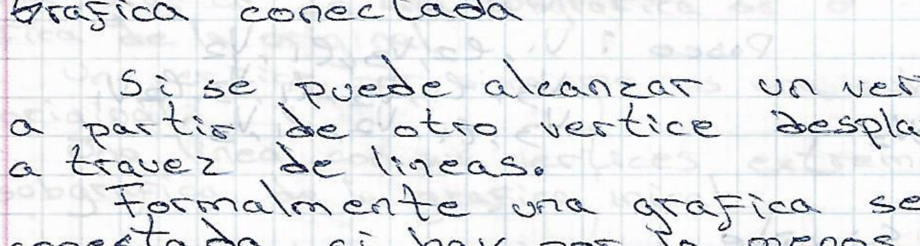
T. S.

Circuito

Grafica conectada

Si se puede alcanzar un vertice cualquiera a partir de otro vertice desplazandonos a travez de lineas.

Formalmente una grafica se dice q' esta conectada si hay por lo menos una trayectoria entre c/par de vertices, de otra manera G es desconectada

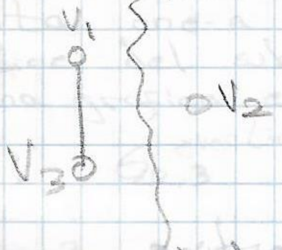


Conectada Conectada Conectada Desconectada

Una grafica esta desconectada si y solo si su conjunto de vertices puede ser partido en 2 subconjuntos no vacios y disjuntos

Particionado

G_1



$G = (V, E)$

$V = \{V_1, V_2, V_3\}$

$V_1 = \{V_1, V_3\}$

$V_2 = \{V_2\}$

No conectada

K componentes

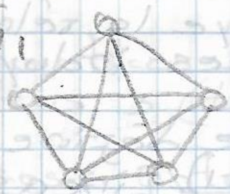
Subconjuntos V

2 componentes

Graficas simples con n-vertices y K-componentes pueden tener a lo más:

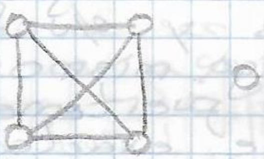
$$\frac{(n-K)(n-K+1)}{2} \text{ lineas}$$

Ej. G_1



$n = 5$
$K = 1$

G_2



$n = 5$
$K = 2$

$$\frac{(5-1)(5-1+1)}{2} = \frac{(4)(5)}{2} = 10$$

$$\frac{(5-2)(5-2+1)}{2} = 6$$

Un grafo completo

Es un grafo simple en el q' cualquier par de vertices es adyacentes. K_n

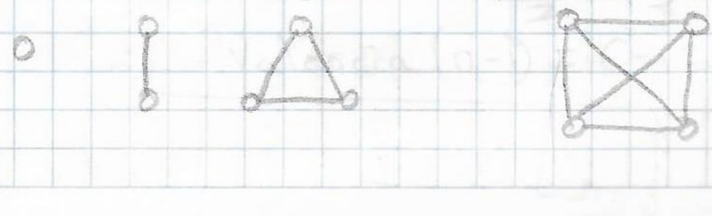
- Grafo simple

Total de lineas $= \frac{n(n-1)}{2}$

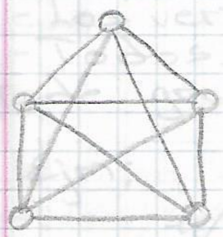
- Cualquier par de vertices es adyacente K_n

Debe haber lineas ÷ todos los vertices

K_1 K_2 K_3 K_4



K_5



Correspondencia

Val → Valencia

K_1	Val 0
K_2	Val 1
K_3	Val 2
K_4	Val 3
⋮	⋮
K_n	Val$(n-1)$

valencia = lineas que llegan a un vertice

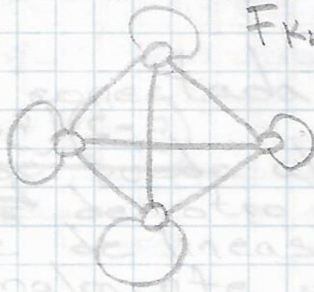
Graficas Fuertemente Conectadas

Se dice que una grafica es fuertemente conectada si de un vertice puede pasarse a cualquier otro utilizando solo una arista, es decir entre cada par de vertices hay una trayectoria de longitud 1. Incluye la relacion entre todos y c/u de sus vertices incluyendo c/nodo consigo mismo.

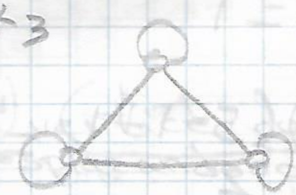
Un grafo fuertemente conexo se define como F_{K_n} y tiene exactamente $\frac{n(n+1)}{2}$ Lineas

Ej.m.

F_{K_4}



F_{K_3}



$\frac{4(5)}{2} = 10$ lineas

$\frac{3(4)}{2} = 6$ lineas

17-Feb-05

Gráfica Bipartida

Si un conjunto de vertices de la grafica G puede ser dividido en 2 subconjuntos, de tal forma q' cada arista une a un vertice del subconjunto 1 con un vertice del subconjunto dos, entonces definimos q' dicha grafica es una grafica bipartida

Ejm: $G_{2,3}$ vertices

De aqui que una grafica bipartida completa es una grafica donde todos los vertices del subconjunto 1 son adyacentes a todos los vertices del subconjunto 2

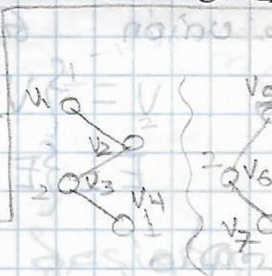
$K_{2,3}$

Grafica bipartida completa $K_{i,j}$

Los vertices de arriba deben de ser adyacentes con los otros 3 (tener lineas que unan a c/u de los otros).

Ejercicios: Obtener: Solo la graf. 1 puede ser diferente las otras solo puede haber 1

1.- Gráfica simple con $n=7$ y $K=2$
- Determinar # Maximo de lineas
- Grado o valencia por vertice



$d(V_1)=1$
$d(V_2)=2$
$d(V_3)=2$
$d(V_4)=1$
$d(V_5)=1$
$d(V_6)=2$
$d(V_7)=1$

1

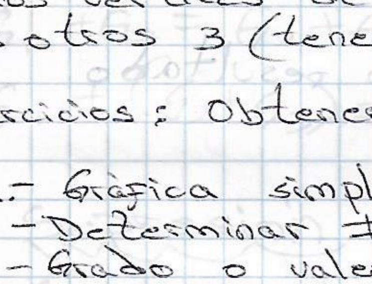
$T. L. = \frac{5(6)}{2} = 15$

2. Un grafo K_6
- # Maximo de lineas
- Grado por vertices

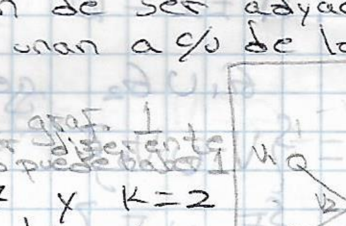
3. Un grafo $\mp K_7$

4. Un grafo $K_{2,4}$

3



2



Grafica Regular de Grado R
- Todos vertices del mismo grado

$\# \text{max lin.} = \frac{6(5)}{2} = 15$

$\text{Valencia } (n-1) = 6-1 = 5$

Resumen

G: des, simple, general, Finita

$n = \#$ Vertices

$e = \#$ lineas

$vK = \#$ componentes → Gráfica Desconectada

K_n → Completa $n = \#$ vertices

31

$K_{2,4}$

Operaciones con Gráficas

UNION

$G_1 = \{V_1, E_1\}$ $G_2 = \{V_2, E_2\}$

con $V_1 \cap V_2 = \emptyset$

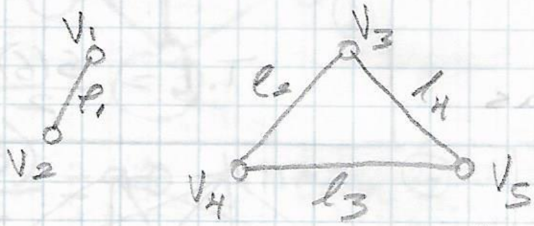
$E_1 \cap E_2 = \emptyset$

La unión $G_1 \cup G_2$ generará como resultado

G $V = \{V_1 \cup V_2\}$

$E = \{E_1 \cup E_2\}$

Ejemplo



G_1 $V_1 = \{v_1, v_2\}$ $V_2 = \{v_3, v_4, v_5\}$

$E_1 = \{l_1\}$ $E_2 = \{l_2, l_3, l_4\}$

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

$E = \{l_1, l_2, l_3, l_4\}$ Desconectada 2 componentes

$G_1 \cup G_2 = G$

Suma

$G_1 + G_2$

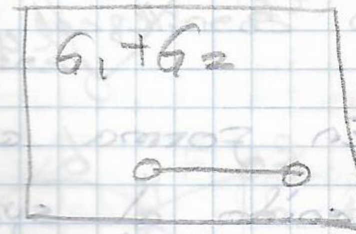
Se forma con la unión más el trazo de una arista de vértice de G_1 con G_2

Ejemplo:

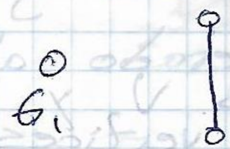
$G_1 = N_1$

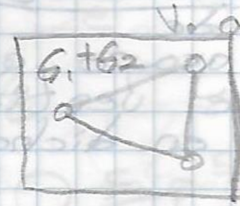
$G_2 = N_1$

$\Rightarrow$



Ejm: $G_1 = N_1$
$G_2 = K_2$





$G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1$

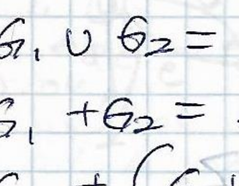
$G_1 + G_2 = G_2 + G_1$

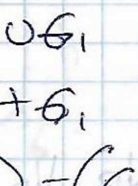
$G_1 + (G_2 + G_3) = (G_1 + G_2) + G_3$

Supresión

Si e es un línea del grafo se designa $G - e$ al grafo generado al suprimir la línea e

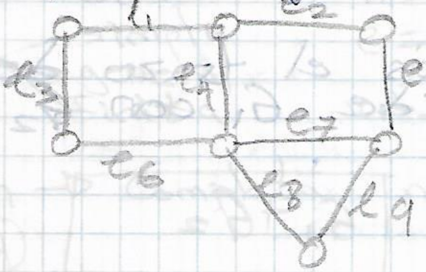
Ej. $G - e$

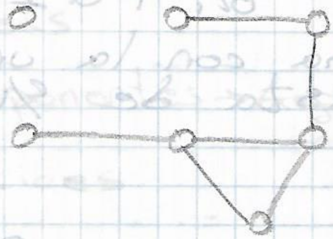




La grafica obtenida al suprimir el cjto de lineas **E** se definida $G - E$ donde $E = \{e_1, e_3, e_4\}$

$G - E \quad , \quad E = \{e_1, e_3, e_4\}$



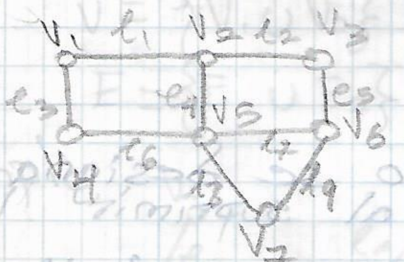


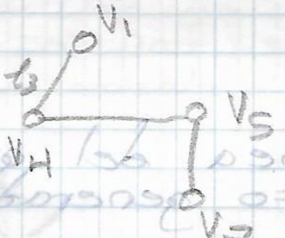
En forma analoga $G - V$ es el grafo
$G - V_i$
obtenido al suprimir el vertice y sus lineas incidentes, de igual forma el grafo $G - V$ donde es el grafo generado al suprimir el cjto de vertices V y las lineas que inciden en dichos vertices.

Ejm:

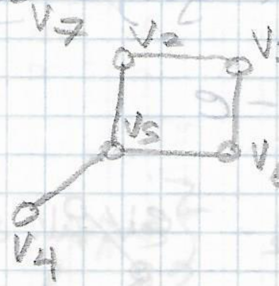
$G - V_3$

Ejm: $G - V \Rightarrow V = \{V_2, V_3, V_3\}$





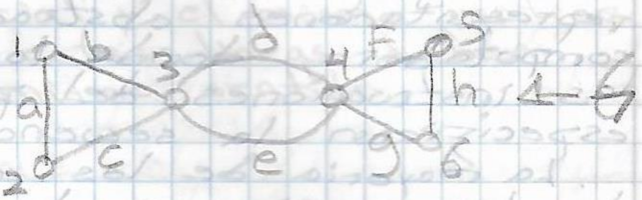
Si $V = \{V_1, V_7\}$ $G - V_i$



Contracción:

G/e Es el grafo que se obtiene al reemplazar la linea e y sus vertices terminales, por un nuevo vertice en el cual van a incidir todas las lineas que incidian a dichos vertices

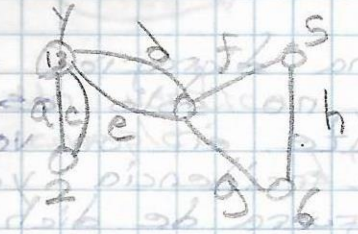
Ejm:



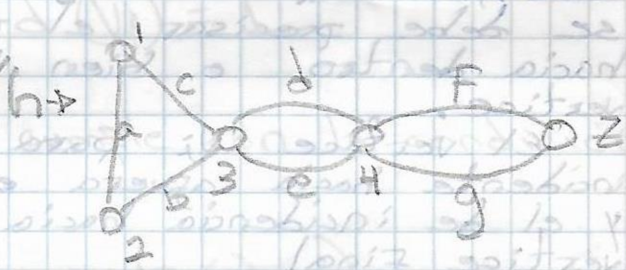
G/e

G/c

G/b



G/h

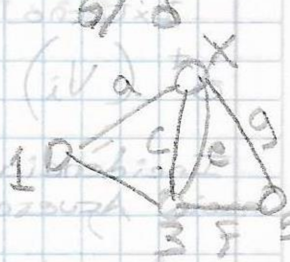


Operaciones con Gráficas

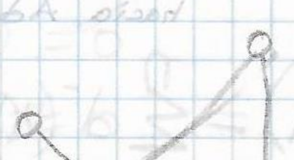
obtener:

G-d

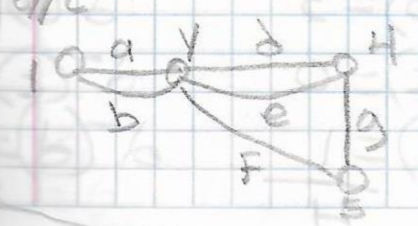
G/d



G-2



G/c



G-V V={2,5}

G-E={a,c,e}

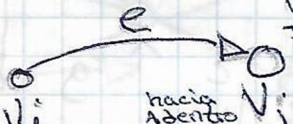
Graficas Dirigidas ó Digráficas.

Hasta el momento todas la gráficas estudiadas han sido graficas no dirigidas, dado que no existe dirección asociada a las lineas de la grafica.

Muchas situaciones fisicas requieren de estas graficas como es el caso en las representaciones abstractas de programa de computadora, donde los vertices representan las instrucciones del programa y las lineas especifican la secuencia.

La mayoria de los conceptos y terminologia de las graficas no dirigidas son aplicables a las digraficas.

A una grafica dirigida tambien se conoce como grafica orientada.



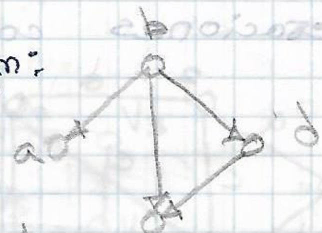
En una digrafica una linea, no solo es insidente en un vertice, se debe precisar el tipo de incidencia ya sea hacia dentro o bien hacia afuera de dicho vertice.

El vertice V_i para el cual la linea e es incidente hacia afuera es llamado vertice inicial y el de incidencia hacia adentro es llamado vertice Final

Grado Externo	Grado Interno
$d^+(V_i)$	$d^-(V_i)$
Incidencia hacia Afuera	Incidencia hacia Adentro

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} d^+(V_i) = \sum_{i=1}^{n} d^-(V_i)$$

Ejm:



Salen Grado Externo	Entran Grado Int
$d^+(a) = 0$	$d^-(a) = 1$
$d^+(b) = 3$	$d^-(b) = 0$
$d^+(c) = 0$	$d^-(c) = 2$
$d^+(d) = 1$	$d^-(d) = 1$
4	4

24-Feb-05

Una linea dirigida para la cual los vertices inicial y final son del mismo.

Loop 

PARALELAS: Dos lineas q' comparten el mismo vertice inicial y el mismo vertice final pero estas lineas deben tener el mismo sentido.

 Paralelas

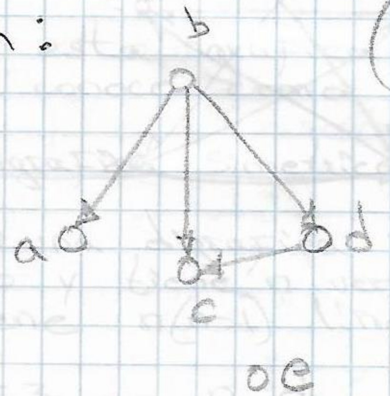
 No paralelas

Un vertice V_i en un digráfica es colgante si cumple:

$$d^+(V_i) + d^-(V_i) = 1$$

Un vertice aislado cumple con la condición $d^+(V_i) + d^-(V_i) = 0$

Ejm:



$(d^+(a) = 0 + d^-(a) = 1) = 1$

$\therefore$ a es un vertice colgante

$d^+(e) = 0$

$d^-(e) = 0$

0 $\therefore$ e es un vertice aislado

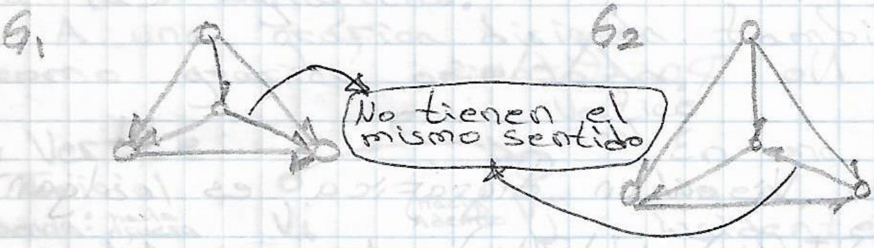
"Tipos de Gráficas Dirigidas"

Digráfica Isomorfica

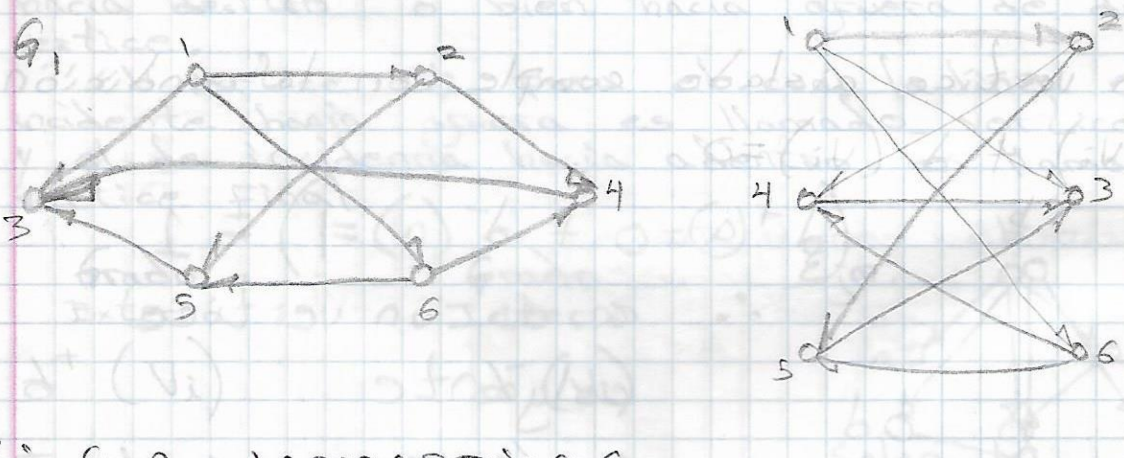
Las gráficas Isomorficas fueron definidas como aquellas q. tienen el mismo comportamiento en terminos de teoria de graficas.

Para q 2 graficas sean isomorficas no solo deberan serlo sus correspondientes graficas no dirigidas, si no q' ademas las direcciones de las lineas correspondientes deben de ser las mismas en ambas graficas

¿Isomorficas?



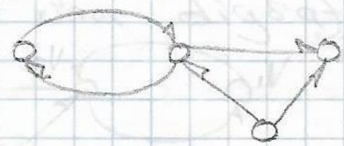
No



Si Son Isomorficas

Digráficas Simple

- No contiene LOOP
- Ni lineas paralelas

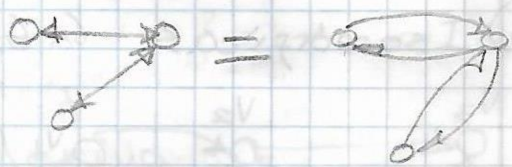


Digráfica Asimetrica

Son aquellas digráficas q' tienen a lo mas una linea dirigida entre un par de vertices no contiene loops.

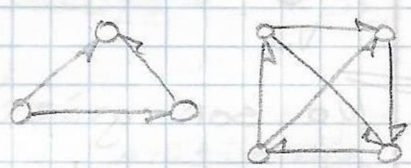
Digráfica Simetrica

Aquellas en las cuales para c/linea del vertice V_i al V_j existe otra en sentido contrario u opuesto



Digráfica Asimetrica Completa

Si existe n-vertices, entonces debe contener $\frac{n(n-1)}{2}$ lineas

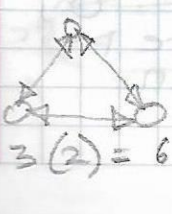


A esta grafica tambien se le conoce como Torneo.

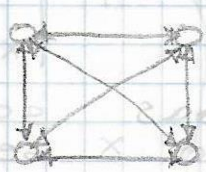
Digrafica Simetrica Completa

Si una digrafica es de este tipo y tiene n vertices entonces tiene $n(n-1)$ lineas.

$n=3$ $n=4$

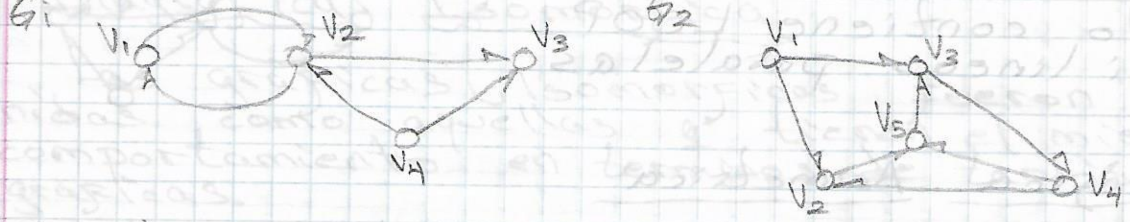


$3(2) = 6$ lineas

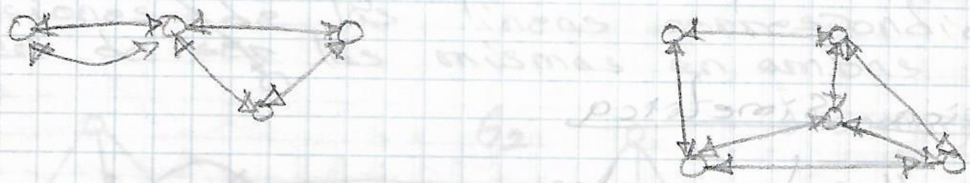


$4(3) = 12$ lineas

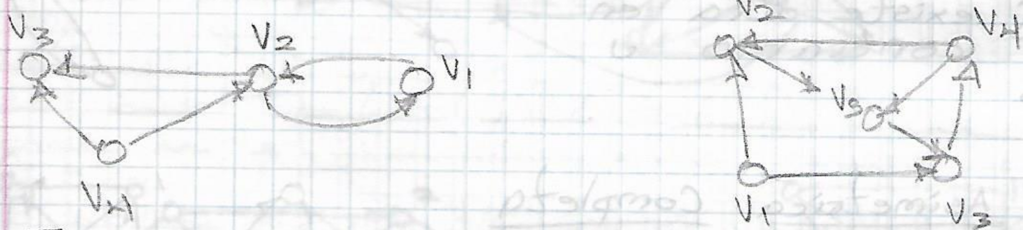
Obtener la gráfica simétrica de



a) Simetricas G1 G2



b) Isomórficas G1 G2



No son gráficas completas

Dado un cjto X de objetos x_1, x_2 ... x_n y R una relación binaria que puede existir entre pares x_i, x_j para la cual se escribe $x_i R x_j$ y se lee x_i tiene relación con x_j. 12/Mar/05

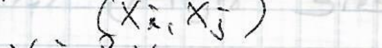
$$R = \begin{cases} \text{"Es perpendicular a"} \\ \text{"Es mayor que"} \\ \text{"Es vecino de"} \end{cases}$$

$X = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$

R = Relación Binaria (x_i, x_j)

$x_i R x_j$

x_i tiene relación con x_j



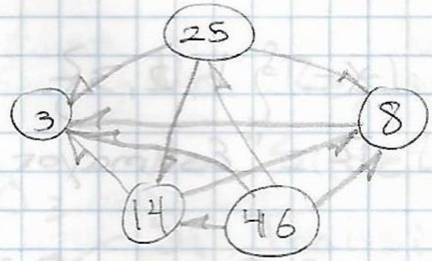
Como estan definidas solo entre pares de miembros de cjto. X se denominan relaciones binarias.

Cada relación binaria es un cjto finito q' puede ser representado por una digráfica D

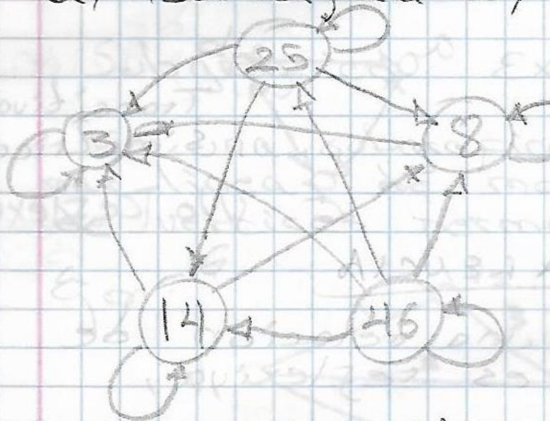
Ejm: $X = \{25, 3, 8, 14, 46\}$

R = "Mayor que"

∴



Para algunas relación R, puede suceder que en todos los elementos exista una relación a si mismo, por ejm: La relación es igual a, isomorfica a, mayor o igual a,



Gráfica Reflexiva.

Relación Simétrica

Una relación R en la cual puede ocurrir que para x_i y X_j tiene la misma relación que de X_j y X_i

Ejm:

$\overset{R}{(x_i, X_j)}\ (X_j, X_i)$

R = { "Es amigo de"
"Es paralelo a"
"Es igual a"
"Es vecino de"

Relación Transitiva

Una relación R es transitiva si p' c/3 elementos se cumple: x_i, x_j x_j, x_k entonces $x_i R x_k$.

Ejm:

$X = \{1, 2, 3\}$

R = "Es mayor que"

3 > 2
2 > 1
3 > 1

Ejm: $X = \{a, b, c\}$
R = "Es hermano de"
a es hermano de b
b es hermano de c
a ✓ ✓ ✓ c

Transitiva
Simetrica
No Reflexiva

RELACION DE EQUIVALENCIA

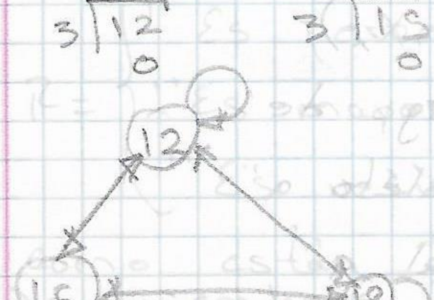
Una relación binaria es una relación de equivalencia si la relación es reflexiva, transitiva y simetrica

Ejm: $X = \{12, 15, 18$

R = "Es igual a _ en modulo 3"

$$3\overline{)12}^{\,4} \quad 0 \qquad 3\overline{)15}^{\,5} \quad 0 \qquad 3\overline{)18}^{\,6} \quad 0$$

mod 3, 12 = 0
3, 15 = 0
3, 18 = 0



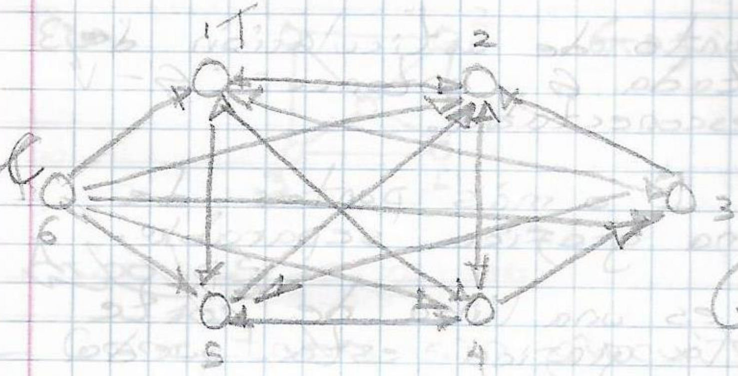
Loops: Reflexiva

⟷ : Simetrica


: Transitiva

$X = \{$Tigre, Cebra, León, Hiena, Venado, cocodrilo$\}$

R = "Depredador de"



No Refliva

No Simetrica

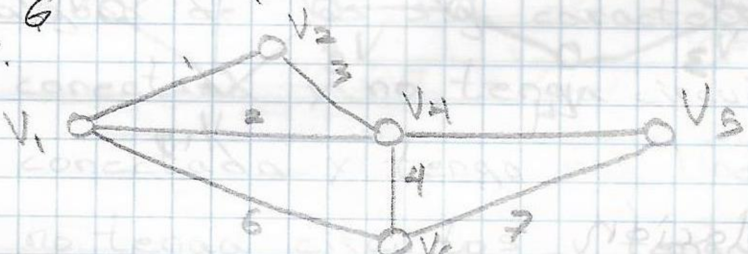
Si Transitiva

Con que halla un triangulo ya es transitiva

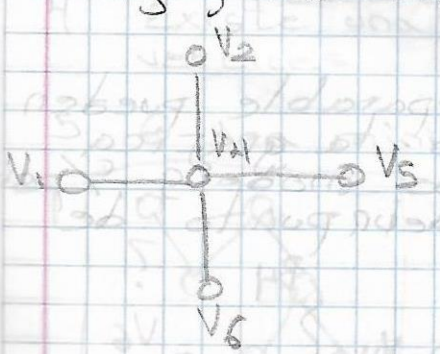
Subgráfica Expandida

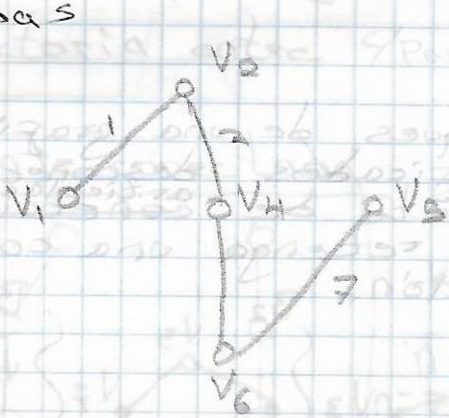
Es una subgrafica que se obtiene al eliminar lineas de modo que cualquier par de vertices permanezcan conectadas

Ejm:



Subgraficas Expandidas





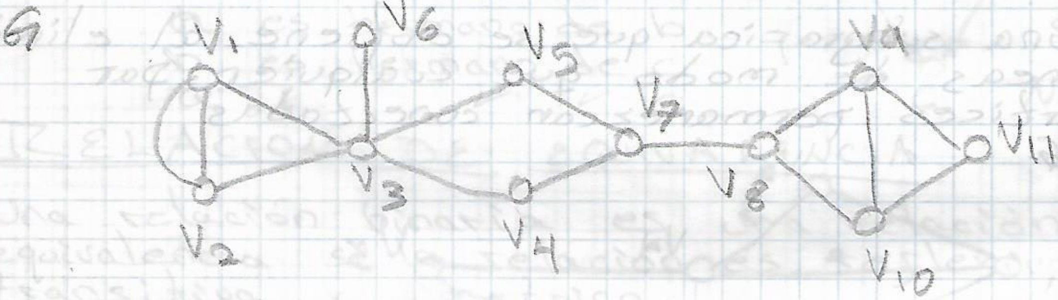
Si en una gráfica conectada se elima un vertice y esto produce la desconección de G, entonces llamaremos a este vertice punto de articulación.

Si V es un punto de articulación de una gráfica conectada G entonces G-V es una Gráfica desconectada.

Una gráfica con 1 o más puntos de articulación, es una gráfica separable.

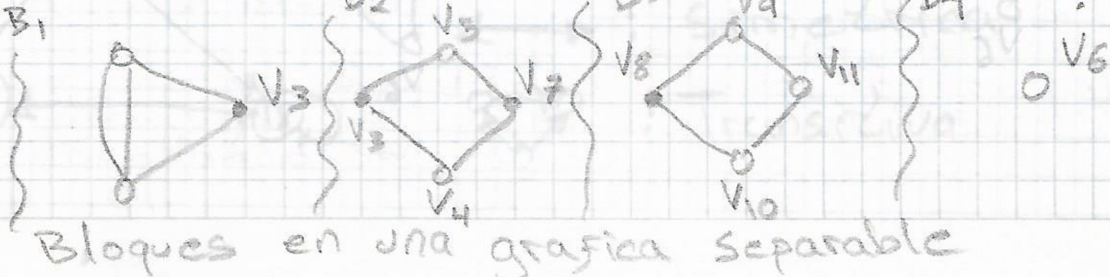
Se dice que e es una linea de corte si al eliminarla de la gráfica esta queda desconectada.

Los puntos terminales de una linea de corte son por lo gral. puntos de articulación.



$\left.\begin{matrix} V_3 \\ V_7 \\ V_8 \end{matrix}\right\}$ Articulación

Los bloques de una grafica separable, pueden ser identificados desconectando la gráfica en c/punto de ~~conección~~ articulación de modo q c/parte separada retenga una copia del punto de articulación.

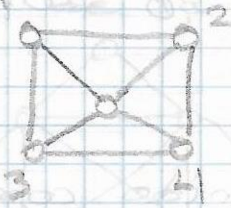


Bloques en una grafica separable

BLOCK

Si la grafica G no tiene puntos de Articulación entonces esta grafica se define como Block, Grafica conectada o Componente

Ejm:



Grafica · Block
conectada
o Componente

3/Marzo5

Árboles

- Conectada sin circuitos
- Simple

Existe una sola trayectoria ÷ todo par de vertices en la gráfica. T

Un árbol con n vertices tiene n-1 aristas y en general que T es un árbol si cumple con alguna de las sig. caracteristicas.

1 G conectada y no tenga circuitos

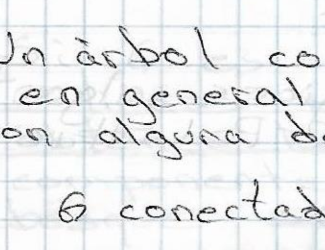
2 G conectada y tenga n-1 lineas

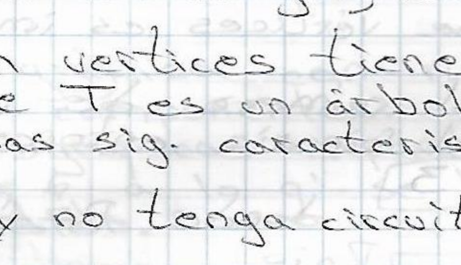
3 G no tenga circuitos y tenga n-1 lineas

4 Existe exactamente una trayectoria entre c/par de vertices

5 G sea minimamente conectada

T





n-vertices

k-Componentes

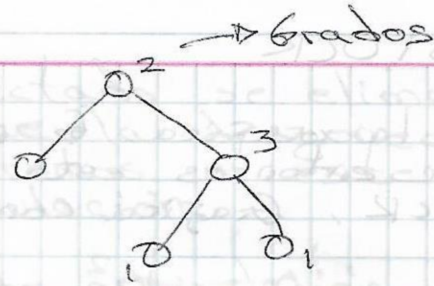
n-k lineas

n=7 k=2

7-2=5 lineas

BOSQUE: 2 o + componentes T

$$\frac{\sum d(v_i)}{2} = \# \text{ lineas}$$



$$\frac{8}{2} = 4 \text{ líneas}$$

Árbol Binario

Un árbol binario es definido como un árbol en el cual existe solo un vertice de grado 2 y los restantes de grado 1 o 3.

Dado que el vertice de grado 2 es distinto con respecto a los otros, este vertice se denominara vertice raiz.

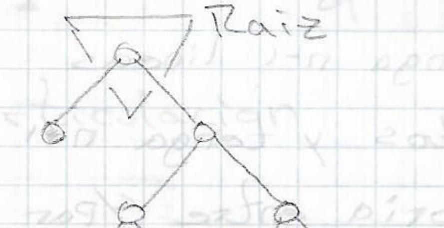
Propiedades:

- Numero de vértices es impar
- Sea p el número de vertices colgantes en un árbol binario entonces $\boxed{n-P-1 = \# \text{ vertices de grado } 3}$

donde $P = \frac{n+1}{2}$

Ejm:

$n = 13$



$P = \frac{n+1}{2} = \frac{13+1}{2} = 7$ Vertices colgantes

$n - P - 1 = 13 - 7 - 1 = 5$

1 → Raiz

5 → Grado 3

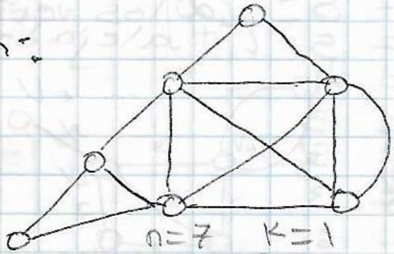
7 → Colgantes

Árbol Expandido

Un árbol T es expandido si es una subgráfica de la gráfica conectada G pero además debe contener todos los vertices de la gráfica original G.

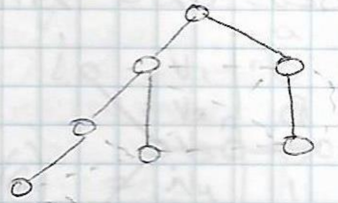
Ejm:

G

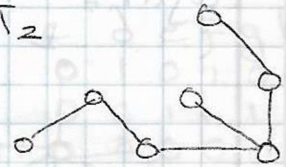


$n=7$ $K=1$
$e=13$

T_1



T_2



$\gamma(G)=13-7+1$
$=7 \rightarrow$ Lineas Eliminadas

El # de lineas q' se eliminan en el proceso se llaman rango del circuito y es designado por

$$\boxed{\gamma(G)=e-n+K}$$

lineas

G

Si G es una gráfica con n vertices e lineas y K componentes. se puede obtener las subgraficas expandidas de c/ componente de G a lo q' se le llama bosque expandido.

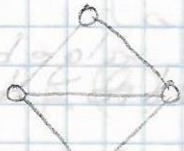
El número de lineas en un bosque expandido se conoce como rango de componentes y se designa por:

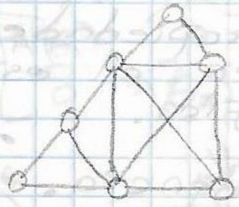
$$\boxed{P(G)=n-K}$$

n: vertices

K: Componentes.

G

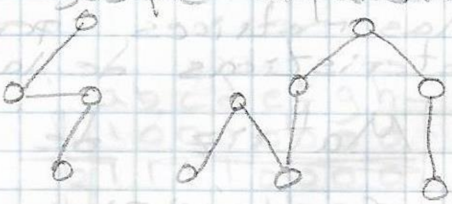




K T

2

Bosque Expandido



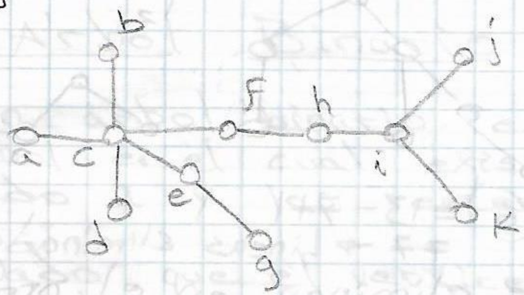
$n=1$
$K=2$ $P(G)=9$ Lineas

con los cuales
cuenta el Bosque expandido.

Excentricidad

Es la distancia entre el vertice V_i y el vertice mas alejado $E(v) = \max d(V_i, V_j)$

Ejm:



$E(a) = 5$ → No. de lineas a los vertices + alejados
$E(b) = 5$
$E(c) = 4$
$E(d) = 5$
$E(e) = 5$
$E(F) = 3$
$E(g) = 6$
$E(h) = 4$
$E(i) = 5$
$E(j) = 6$
$E(K) = 6$

· Centro

minima Exentricidad
En el ejm: es: $\min E(V_i)$

$E(F) = 3$

$E(\text{centro}) = F$

TEMA II
REPRESENTACION ALGEBRAICA

7-3-5

Aun cuando una representación Grafica es muy conveniente para un estudio visual otras representaciones son mejores para el procesamiento en PC.

Las estructuras y propiedades algebraicas de las matrices permiten el estudio de las caracteristicas de la gráfica.

Matriz de Incidencia.

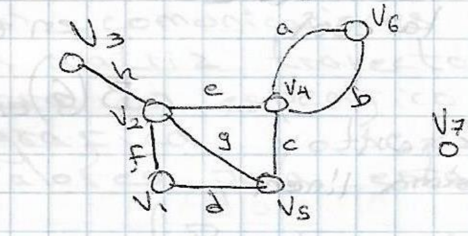
- Si Paralelas
- No Muestra LOOPS

Sea G una gráfica con n vértices y e lineas que no contienen LOOPS se define:

$$A = [a_{ij}] \text{ de } n \times e$$

la matriz de incidencia cuyos valores están dados por

$$A(G) = \begin{cases} a_{ij} = 1 & \text{si la jesima linea incide en el i-ésimo vertice} \\ a_{ij} = 0 & \text{Cualquier otro caso} \end{cases}$$

G 

$A(G)_{7\times 8} =$

	a	b	c	d	e	f	g	h
V_1	0	0	0	1	0	1	0	0
V_2	0	0	0	0	1	1	1	1
V_3	0	0	0	0	0	0	0	1
V_4	1	1	1	0	1	0	0	0
V_5	0	0	1	1	0	0	1	0
V_6	1	1	0	0	0	0	0	0
V_7	0	0	0	0	0	0	0	0

Obs. 1) Dado g toda linea es incidente en exactamente 2 vertices, c/columna de A tiene exactamente 2 1s

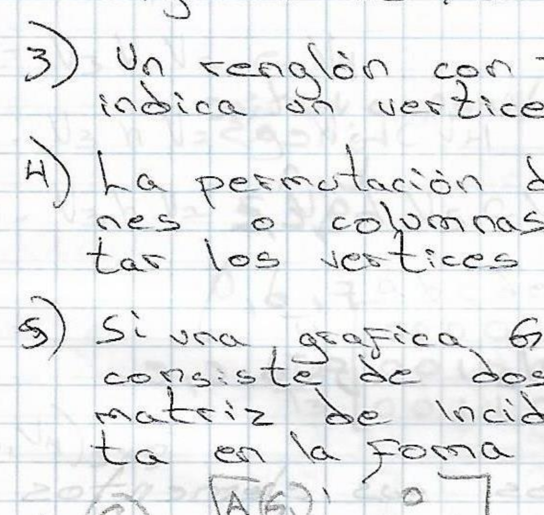
2) La cantidad de 1^{os} en c/renglón es igual al grado de c/vertice.

3) Un renglón con todos los elementos 0 (cero) indica un vertice aislado.

4) La permutación de 2 cualesquiera renglones o columnas corresponde a reetiquetar los vertices y lineas de la grafica.

5) Si una grafica G es desconectada y consiste de dos componentes, la matriz de incidencia puede ser escrita en la forma de bloque

$$A(G) = \left[\begin{array}{c|c} A(G_1) & 0 \\ \hline 0 & A(G_2) \end{array}\right]$$



	a	b	c	d	e	f	g	h
V_1	1	0	0	0	0	0	0	0
V_2	1	1	1	1	0	0	0	0
V_3	0	1	0	0	1	0	0	0
V_4	0	0	1	1	1	0	0	0
V_5	0	0	0	0	0	1	1	0
V_6	0	0	0	0	0	0	1	1
V_7	0	0	0	0	0	1	0	1

Matriz Circuito

Sea C el numero de diferentes circuitos en una grafica G y e el numero de lineas en G.

C dif. Circuito en G

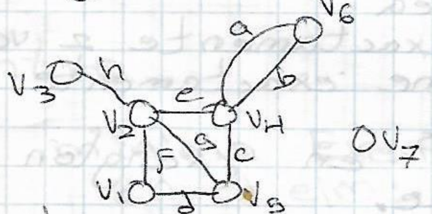
Una Matriz circuito es una matriz binaria B(G) de orden cxe la cual esta definida por:

$B(G)_{cxe}$

$$B(G) = \begin{cases} b_{ij} = 1 & \text{el i-ésimo circuito incluye la j-esima linea} \\ b_{ij} = 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Ejm:

G



$$B(G)_{4X8} = \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array} \begin{array}{c} a\ b\ c\ d\ e\ F\ g\ h \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Circuito:
Vertice inicial y final
No pasar por la misma linea o vertice

	Lineas
$C_1 = V_6\ b\ V_4\ a\ V_6$	b, a
$C_2 = V_2\ g\ V_5\ c\ V_4\ e\ V_2$	g, c, e
$C_3 = V_2\ F\ V_1\ d\ V_5\ g\ V_2$	F, d, g
$C_4 = V_2\ F\ V_1\ d\ V_5\ c\ V_4\ e\ V_2$	F, d, c, e

Obs:

1) Una columna con todos sus elementos cero corresponde a una linea que no esta contenida en ningun circuito.

2) Cada renglón de la matriz es un vector circuito.

3) A diferencia de la matriz de incidencia la matriz circuito puede contener loops, solo que en estos casos el valor en la columna es precisamente 1 por ser una

matriz binaria.
4) El número de unos en un renglón es igual al numero de lineas en el circuito

MATRIZ TRAYECTORIA

Otra matriz binaria a menudo utilizada en comunicaciones y medios de transportes es la matriz trayectoria, esta matriz esta definida para un especifico par de vertices de una grafica y se denota como $P(X,Y)$ y los valores para esta matriz estan definidos por:

$$P(X,Y) = \begin{cases} P_{ij} = 1 & \text{Si la j-esima linea esta conectada a la iesima trayectoria entre los vertices } (X,Y). \\ P_{ij} = 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Ejm: Trayectorias $P(V_3, V_4)$ del Grafo anterior

1. $V_3\, h\, V_2\, e\, V_4$
2. $V_3\, h\, V_2\, g\, V_5\, c\, V_4$ $\quad\therefore P(V_3, V_4)_{3\times 8}$
3. $V_3\, h\, V_2\, f\, V_1\, d\, V_5\, c\, V_4$

$$P(V_3,V_4)_{3\times 8} = \begin{array}{c} \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

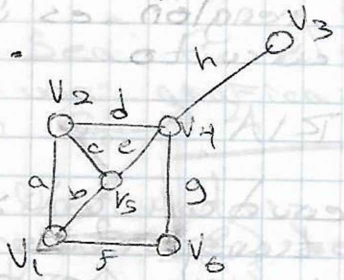
obs.

1) Una columna de ceros corresponde a una linea que no pertenece a ninguna trayectoria entre X y Y

2) Una columna de unos corresponde a una linea que pertenece a todas las trayectorias entre X y Y

3) No puede existir un reglon de ceros

Ejr.



obtener:

a) Incidencia

$$\begin{array}{c|cccccccc} & a & b & c & d & e & f & g & h \\ \hline V_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ V_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ V_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ V_5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

b) Circuito

$C_1 = V_1\ a\ V_2\ c\ V_5\ b\ V_1$
$C_2 = V_2\ d\ V_4\ e\ V_5\ c\ V_2$
$C_3 = V_1\ b\ V_5\ e\ V_4\ g\ V_6\ f\ V_1$
$C_4 = V_1\ f\ V_6\ g\ V_4\ d\ V_2\ c\ V_5\ b\ V_1$
$C_5 = V_1\ f\ V_6\ g\ V_4\ d\ V_2\ a\ V_1$
$C_6 = V_1\ f\ V_6\ g\ V_4\ e\ V_5\ c\ b\ a\ V_1$
$C_7 = V_1\ b\ V_5\ e\ V_4\ d\ V_2\ a\ V_1$

$$\begin{array}{c|cccccccc} & a & b & c & d & e & f & g & h \\ \hline C_1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C_3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ C_4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ C_5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ C_6 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ C_7 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

c) Trayectoria $P(V_1, V_4)_{5\times 8}$

$T_1 = V_1\ a\ V_2\ d\ V_4$
$T_2 = V_1\ a\ V_2\ c\ V_5\ e\ V_4$
$T_3 = V_1\ b\ V_5\ c\ V_2\ d\ V_4$
$T_4 = V_1\ b\ V_5\ e\ V_4$
$T_5 = V_1\ f\ V_6\ g\ V_4$

$$\begin{array}{c|cccccccc} & a & b & c & d & e & f & g & h \\ \hline T_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Matriz de Adyacencia $a_{ij} = a_{ji}$
ó conexión

- Muestra los 100PS
- NO Paralelas

Es una alternativa a la matriz de incidencia, en algunas ocaciones es mas conveniente representar una grafica por medio de este tipo de matriz, a la matriz de adyacencia tambien se le conoce como matriz de conexión y se representa de la siguiente Forma

$$X(G)_{n \times n} \begin{cases} x_{ij} = 1 & \text{Si hay una linea entre el i-esimo y el j-esimo vertice} \\ x_{ij} = 0 & \text{Si no existen lineas de conexión} \end{cases}$$

observaciones

Las entradas a lo largo de la diagonal principal, son todas ceros, esto en el caso de que la grafica no contenga 100PS, si esto ocurre el elemento $x_{ii} = 1$.

La definición de una matriz de adyacencia no prevee la existencia de lineas paralelas

Si la gráfica no contiene 100P'S el grado de los vertices es igual al # de 1's en el renglón.

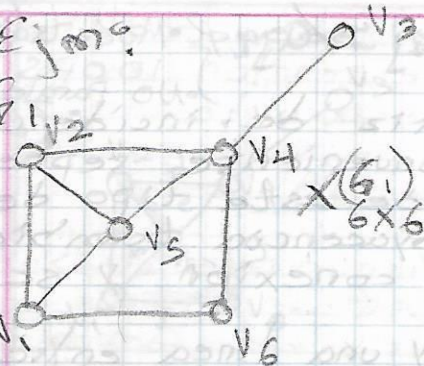
Dada cualquier matriz binaria simetrica de orden n se puede construir siempre una grafica definiendo a esta matriz como una matriz de adyacencia.

Una grafica completa representa una matriz de adyacencia. con 0's en la diagonal principal y 1's en todos los demas elementos.

Una gráfica fuertemente conectada tiene una matriz de adyacencia unitaria.

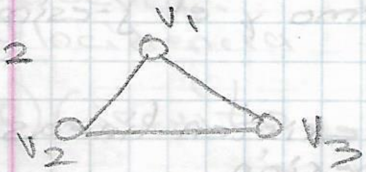
Ejm°:

G_1



$$X(G_1)_{6\times6} = \begin{array}{c|ccccccc} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 & \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ v_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

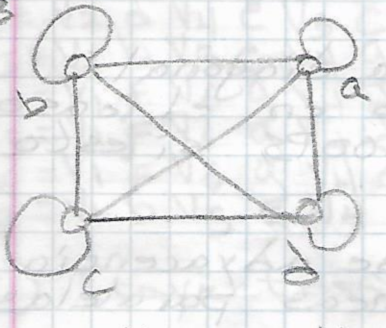
G_2



$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & v_2 & v_3 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 1 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 \\ v_3 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad X(G_2)_{3\times3}$$

$K_3 \rightarrow$ Completa

G_3



$$\begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & 1 & 1 & 1 \\ c & 1 & 1 & 1 & 1 \\ d & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad X(G_3)_{4\times4}$$

$F\,K_4 \rightarrow$ (Fuertemente conectada)

G_4

$$X(G_4)_{5\times5} = \begin{array}{c|ccccc} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Podemos obtener una matriz ~~de adyacencia~~ incidencia a partir de una matriz de ~~incidencia~~ adyacencia y viceversa.

Ejm.

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\
\hline
V_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
V_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
V_4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
V_5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

$X(G)_{n \times n}$

3 1's ←

Adyacencia

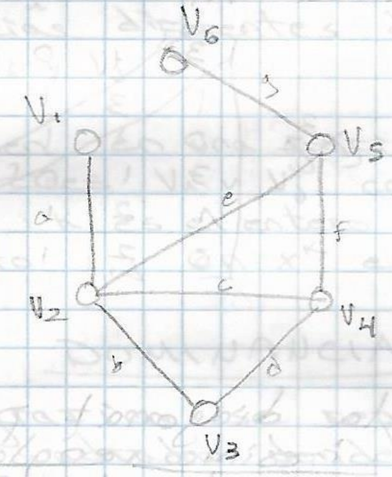
$$
A(G)_{n \times e} =
\begin{array}{c|ccccccc}
 & a & b & c & d & e & f & g \\
\hline
V_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V_2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
V_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
V_4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
V_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
\rightarrow 3 \text{ 1's}
$$

$\Longrightarrow$ Inzidencia.

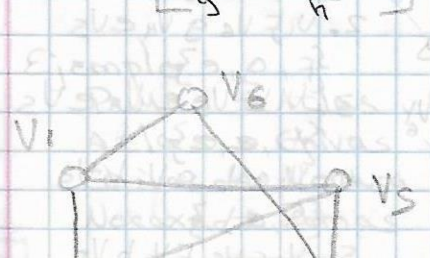
↳ 7 1's arriba

7 1's abajo

Gráfica



$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\
\hline
V_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
V_2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
V_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
V_4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
V_5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
V_6 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|cccccccc}
 & a & b & c & d & e & f & g & h \\
\hline
V_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
V_2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
V_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V_4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
V_5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$



$X^2 = X \cdot X$

$X^3 = X \cdot X \cdot X$

F

14-3-05

Secuencia

Es una sucesión alternante de vertices y aristas en la cual pueden aparecer más de una vez. tanto vertices como aristas.

Si multiplicamos por si misma a la matriz de adyacencia X de una grafica simple el resultado sera.

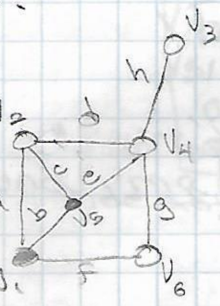
Una matriz simétrica X^2 simetrica

$$X(6) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad X^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

F Cada elemento de la diagonal principal es el # de 1's en el i-esimo renglón de la matriz X. De modo q el valor de c/elemento en la diagonal principal de la matriz X^2 es igual al grado del correspondiente del vertice en la grafica.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} & & & & V_5 & \end{array} \\ V_1 & \\ X^3 = & \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 & 2 & 7 & 6 \\ 7 & 4 & 1 & 8 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 4 & 2 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 1 & 8 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 0 & 7 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3 lineas



Secuencias

1. $V_1 a V_2 d V_4 e V_5$ {a, d, e}
2. $V_1 f V_6 g V_4 e V_5$ {f, g, e}
3. $V_1 b V_5 e V_4 e V_5$ {b, e, e}
4. $V_1 a V_2 a V_1 b V_5$ {a, a, b}
5. $V_1 f V_6 f V_1 b V_5$ {f, f, b}
6. $V_1 b V_5 c V_2 c V_5$ {b, c, c}
7. $V_1 b V_5 b V_1 b V_5$ {b, b, b}

$a_{15} = 7 \quad X \cdot X \cdot X = X^3$

Nº secuencias con 3 lineas del V_1 al V_5

$a_{52} = 5$ secuencias 3 lin V_5 al V_2

1. $V_5 c V_2 c V_5 c V_2$ c c c
2. $V_5 b V_1 b V_5 c V_2$ b b c
3. $V_5 e V_4 e V_5 c V_2$ e e c
4. $V_5 c V_2 d V_4 d V_2$ c d d
5. $V_5 c V_2 a V_1 a V_2$ c a a

Sea X la matriz la matriz de adyacencia de un gráfica simple G, el elemento X_{ij}^{k} es el número de secuencias diferentes de longitud k entre los vertices V_i y V_j.

En resumen en una grafica conectada la distancia entre 2 vertices V_i y V_j con $i \neq j$ es igual a k si y solo si k es el entero más pequeño para el cual el elemento i,j en X^k es diferente a cero

DOMINANCIA

Una digrafica se representa por medio de una matriz cuadrada donde el elemento a_{ij} indica el numero de aristas que van de i a j.

En la digrafica de dominancia una flecha de i a j representa el dominio la influencia o superioridad que el elemento i tiene sobre j.

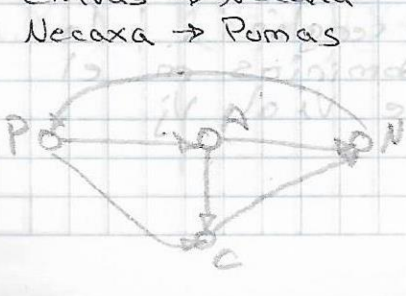
i Domina a j

Matriz de Dominancia.

Ejemplo
PUMAS → Atlas y Chivas
Atlas → Chivas y Necaxa
Chivas → Necaxa
Necaxa → Pumas

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & P & A & C & N \\
\hline
P & 0 & 1 & 1 & 0 \\
A & 0 & 0 & 1 & 1 \\
C & 0 & 0 & 0 & 1 \\
N & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

9



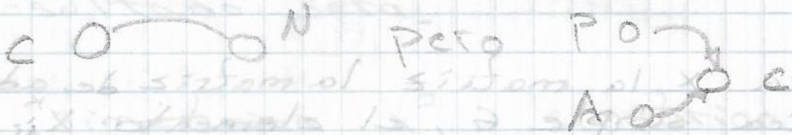
14-3-05

Observaciones:

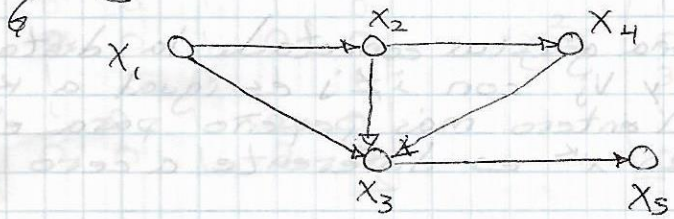
i La matriz asociada a la red dominancia no es simetrica es decir si A domina a B no necesariamente B domina a A.

La suma en la matriz por renglón nos da el número de elementos que se dominan, mientras que en la suma por columna da como resultado el número de elementos que lo dominan.

Ejm:



P. entregar: Obtener una matriz de dominancia



$$
\begin{array}{c|ccccc|}
 & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 \\
\hline
X_1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
X_2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
X_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
X_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
X_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

Teorema En una matriz $A_{n \times n}$ supongase que la k-esima potencia de A es:

$$
A^k = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}
$$

donde el elemento a_{ij} del renglón i y la columna j indica el número de dominios en el k-esimo plano que va del vertice V_i al V_j

Examen Tema I y II
Jueves 31/Mar

Teorema

Sea A una matriz $A_{n\times n}$, los elementos

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^k = U$$

Expresan el # de formas en que el elemento domina en Primero, segundo, Tercero, ..., k-esimo plano ejm:

$$U = A + A^2 + A^3 + A^4$$

$$\begin{bmatrix} 0&1&1&1&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0&0&1&1&1 \\ 0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{bmatrix} 0&1&3&1&3 \\ 0&0&2&1&2 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \Rightarrow 8 \rightarrow \text{Mayor dominio de } X_1 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{array}$$

	1er Plano	2º Plano	3er Plano	4º Plano
X_1	(X_1, X_2) (X_1, X_3)	$(X_1, X_2)(X_2, X_4)$ $(X_1, X_2)(X_2, X_3)$ $(X_1, X_3)(X_3, X_5)$	$(X_1, X_2)(X_2, X_4)(X_4, X_3)$ $(X_1, X_2)(X_2, X_3)(X_3, X_5)$	$(X_1, X_2)(X_2, X_4)(X_4, X_3)(X_3, X_5)$
X^2 X_2	(X_2, X_4) (X_2, X_3)	$(X_2, X_4)(X_4, X_3)$ $(X_2, X_3)(X_3, X_5)$	$(X_2, X_4)(X_4, X_3)(X_3, X_5)$	
X_4 X_4	(X_4, X_3)	$(X_4, X_3)(X_3, X_5)$		

Redes de Comunicación

En el analisis de problemas de trafico y cominicación en localidades organizamos instituciones, etc para las que se construyen redes, los vertices representan los elementos del sistema y los arcos a los medios de comunicación

Entre estos elementos la existencia de comunicación en un sentido implica necesariamente la relación en el sentido inverso, por ello es que las redes que corresponden a estas estructuras son redes orientadas y simetricas.

Cada elemento X_{ij} de esta matriz representa el # de canales de comunicación entre el vertice i y el vertice j

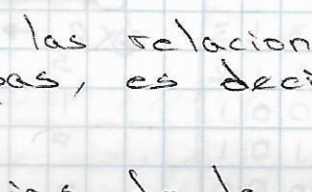
La 2^a Potencia indica las relaciones de comunicación en dos etapas, es decir atraves de un intermediario.

La soma de las potencias de la matriz X permite conocer el # total de formas distintas de comunicación entre los elementos de la red ya sea en forma directa o indirecta.

<u>Observaciones</u>:

- La red es simetrica
- No admite bucles
- No existe + de un canal de comunicación

$$X = \begin{array}{c|c} & V_1\ V_2\ V_3\ V_4\ V_5 \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



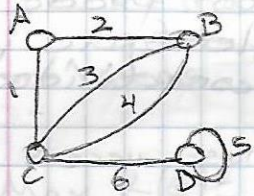
$$U = X + X^2 + X^3 + X^4$$

$$U=\begin{bmatrix}0&1&1&1&0\\1&0&1&0&1\\1&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&1&1&0&1\\1&3&1&1&0\\1&1&2&1&1\\0&1&1&1&0\\1&0&1&0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&5&4&3&1\\5&2&4&1&3\\4&4&2&1&1\\3&1&1&0&1\\1&3&1&1&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}12&7&7&2&5\\7&12&7&5&2\\7&7&8&4&4\\2&5&4&3&1\\5&2&4&1&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}17&14&13&6&7\\14&17&13&7&6\\13&13&12&6&6\\8&7&6&4&2\\7&6&6&2&4\end{bmatrix}$$

2 formas de comunicacion entre los vertices V_4 y V_5

INCIDENCIA VS ADYACENCIA

Ejm: 1



Ejm 2

$$\begin{array}{c|c} & V_1\ V_2\ V_3\ V_4 \\ \hline \begin{matrix}V_1\\V_2\\V_3\\V_4\end{matrix} & \begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&1\\0&1&1&0\end{bmatrix}\end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline V_1 & 1 & 0 & 0 \\ V_2 & 1 & 1 & 0 \\ V_3 & 0 & 0 & 1 \\ V_4 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

x cada columna 2 uno's

$X(G)$
Adyacencia $\Rightarrow$ Incidencia

Ejm3

$$\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&1&0&1\\0&0&0&1\\0&1&1&0\end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c|c} & 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4 \\ \hline \begin{matrix}V_1\\V_2\\V_3\\V_4\end{matrix} & \begin{bmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&1\\0&0&1&0\\0&1&1&0\end{bmatrix}\end{array}$$

$\rightarrow$ No debe ir

III Conectividad

La conectividad es una parte de la teoria de graficas que se extiende a los conceptos de punto de articulación, lineas de corte y bloque.

La conectividad de una grafica, es decir $K(G)$ es el minimo numero de puntos que al ser removidos dan como resultado una grafica desconectada o trivial.

Un gráfica K_p no puede desconectarse eligiendo cualquier # de puntos pero puede obtenerse una grafica trivial al elemento $p-1$ q' algunas veces es llamado punto de conectividad.

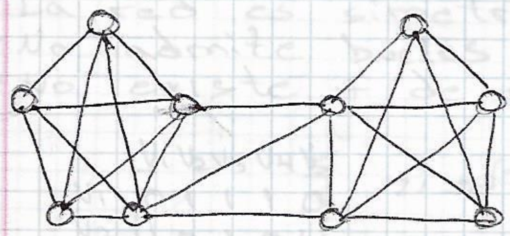
Por lo tanto $K(K_p) = p-1$ que algunas veces es llamado punto de conectividad.

La linea de conectividad $\lambda(G)$ es el minimo numero de lineas que al ser removidas forman una gráfica trivial.

Conectividad, linea de conectividad y grado minimo se relacionan por medio de la sig. desigualdad:

$$K(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$$

Ejem:



Calcular

$K(G) = 2 \rightarrow$ Par de vertices p' Desconectar

$\lambda(G) = 3$ lineas para desconectar

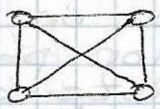
$\delta(G) = 4$ Minimo grado

Teorema: Si G tiene n puntos y $\delta(G) \geq \frac{n}{2}$ entonces

$$\lambda(G) = \delta(G)$$

Ejm:

G



$n = 4$

$\frac{n}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Grado mínimo $\rightarrow$ $\delta(G) = 3$

$\delta(G) \geq \frac{n}{2}$

$3 \geq 2$ ✓

$\lambda(G) = \delta(G)$

$\lambda(G) = 3$ → mínimo de líneas p/ Desconectar

<u>Teorema</u>

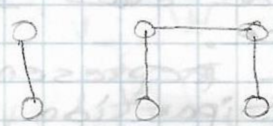
Entre todas las gráficas de n puntos y m líneas la máxima conectividad es:

$$\text{Max } K(G) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < n-1 \\ \frac{2m}{n} & \text{si } m \geq n-1 \end{cases}$$

<u>observación:</u> La parte entera del cociente $\frac{2m}{n}$

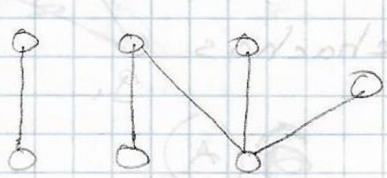
Ejm's:

1) $n = 6$, $m = 4$ $\quad \text{Max } K(G) = 0$



2) $n = 5$, $m = 7$ $\quad \text{Max } K(G) = \frac{2(7)}{5} = 2$

3) $n = 7$, $m = 5$ $\quad \text{Max } K(G) = 0$



Teorema de Hall

Sea $G(V_1,V_2)$ un grafo bipartido y p' cualquier subconjunto de $A \subset \cancel{B}$, sea tambien $\varphi(A)$ un conjunto de aquellos vertices de V_2 que son adyacentes por lo menos a un vertice de A, entonces la combinacion perfecta entre un par de V_1 a V_2 existe cuando y solo cuando el numero de elementos y todas sus posibles combinaciones cumplen la sig. desigualdad

$$|A| \leq \varphi(A)$$

Para cada subconjoto de $A \subset V_1$

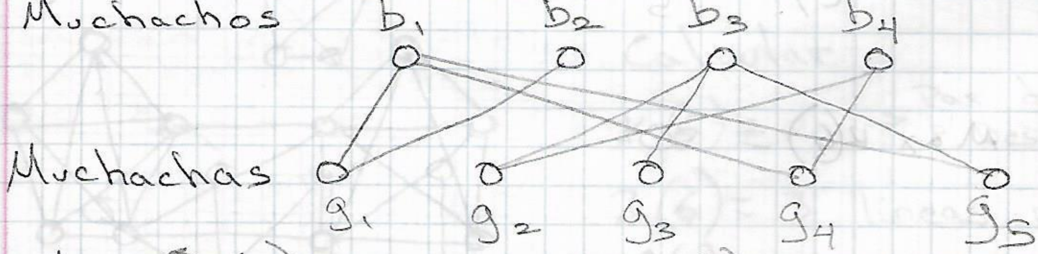
Teorema Matrimonial de Hall

El t. demostrado por Phillip Hall en 1935 da respuesta a la siguiente pregunta conocida como el problema matrimonial.

Si tiene un conjunto finito de muchachos c/o de los cuales conoce a varias muchachas en que condiciones puede casarse de forma q' c/o de ellos se case con una chica que conoce.

La ~~re~~presentación grafica es una grafica bipartida en la cual el conjunto de vertices se divide en 2 subconjuntos.

ejm:



	A	$\varphi(A)$	$A \leq \varphi(A)$
1.	b_1	g_1, g_4, g_5	$1 \leq 3$
2.	b_2	g_1	$1 \leq 1$
3.	b_3	g_2, g_3, g_5	$1 \leq 3$
4.	b_4	g_2, g_4	$1 \leq 2$

Combinaciones
$2^n = 2^4 = 16$
$n = \#$ elem de V_1

14/04/05

	A	$\varphi(A)$	
5.	$b_1 b_2$	$g_1 g_4 g_5$	$2 \leq 3$
6.	$b_1 b_3$	$g_1 g_4 g_5 g_2 g_3$	$2 \leq 5$
7.	$b_1 b_4$	$g_1 g_4 g_5 g_2$	$2 \leq 4$
8.	$b_2 b_3$	$g_1 g_2 g_3 g_5$	$2 \leq 4$
9.	$b_2 b_4$	$g_1 g_2 g_4$	$2 \leq 3$
10.	$b_3 b_4$	$g_2 g_3 g_5 g_4$	$2 \leq 4$
11.	$b_1 b_2 b_3$		
12.	$b_1 b_2 b_4$	$g_1 g_4 g_5$	
13.	$b_2 b_3 b_4$	$g_1 g_2 g_3 g_5 g_4$	$3 \leq 5$
14.	$b_3 b_4 b_1$	$g_2 g_3 g_5$	
15.	b_1, b_2, b_3, b_4		
16.	$\emptyset$		

Teorema de Menger.

Un conjunto S de vertices o puntos que separan a v de w, en diferentes componentes es decir G-S -Vertices.

Un conjuto E de lineas que separan a v y w en diferentes componentes.

v w

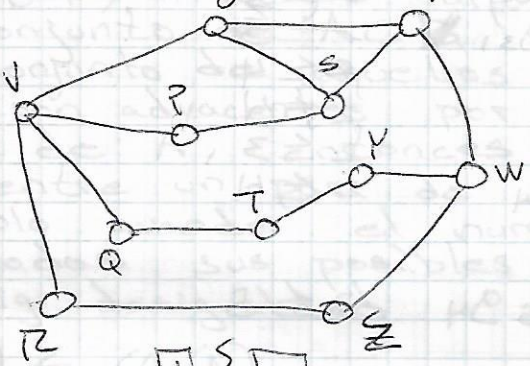
TEOREMA:

El maximo numero de trayectorias de lineas disjuntas es igual al minimo numero de lineas en un conjunto desconectador E   G-E -Lineas

El maximo numero de trayectorias de vertices disjuntos es igual al minimo numero de vertices en un conjunto separador S

Separador - Vertices
Desconectador - Lineas

Ejm:



$\boxed{V} \{ \boxed{W}$

Conjuntos
Separadores

$S_1 = \{X, Q, R\}$

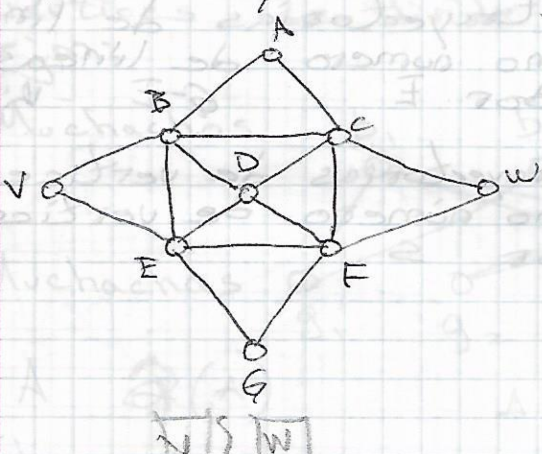
$S_2 = \{T, Z, X\}$

$S_3 = \{T, Y, Z\}$

$S_4 = \{O, P, Q, R\}$

$S_5 = \{\underbrace{X, Y, Z}_{\text{mínima cantidad}=3}\}$

3 Max tray. Vert. Disj.



$\boxed{V} \} \boxed{W}$

Conjuntos E líneas
Desconectadores

$E_1 = \{VR, VQ, VO, VP\}$

$E_2 = \{XW, YW, ZW\}$

$E_3 = \{VR, VQ, XW\}$

$E_4 = \{OX, OS, PS, QT,$

$E_5 = \{XW, QT, RZ\}$

3 Máx trayectoria
línea disjuntas

Trayectorias Vértices
Disjuntos

1.- {V, O, X, W
2.- V, R, Z, W
3.- V, Q, T, Y, W} No se repiten

Trayectorias
Líneas Disjuntas

1.- {VP, PS, SX, XW
2.- VQ, QT, TY, YW
3.- VR, RZ, ZW}

14/04/05

RED DE ACTIVIDADES

La dirección de proyectos a gran escala requiere de la planeación, programación y coordinación de numerosas actividades inter-relacionadas.

Planeación

Consiste en definir las actividades de un proyecto o establecer el orden en que se deben realizar.

Programación

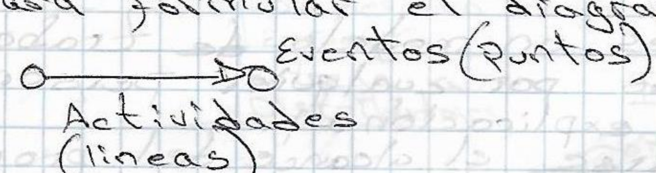
Determinar tiempos de realización de c/u de las actividades.

Coordinación

Calculo de la duración total del proyecto.

Un proyecto es un conjunto de actividades que deben realizarse en cierto orden para lograr un objetivo.

La dirección de las flechas indica la sucesión en que deben realizarse los eventos.
Para formular el diagrama se requiere:



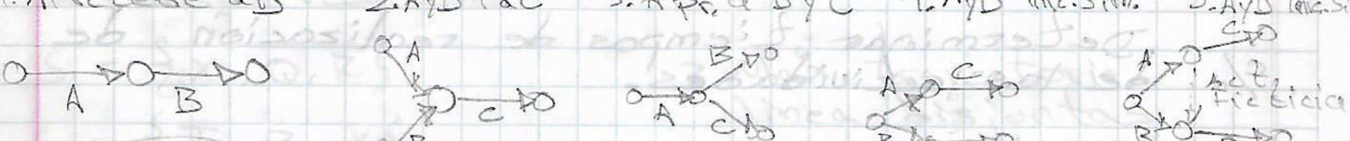
Tambien se requiere establecer un orden de actividades, saber que actividad precede a otra, que actividad prosigue a otra y que actividades pueden realizarse en forma simultanea.

Los arcos o flechas representan tiempo, capacidad, esfuerzo, etc.

Dos actividades no pueden identificarse con el mismo evento inicial y final. De ser así se crea una actividad ficticia.
Las actividades ficticias son actos no reales que no tienen duración ni costo, solo se introducen en la red para mantener la lógica de los eventos.
Las actividades ficticias deben ser la menor cantidad que podamos utilizar en la elaboración de la red

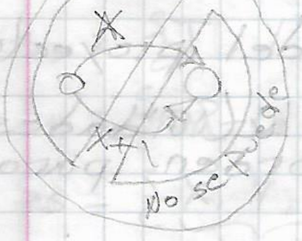
Ejm: Pr: Precede

1. A Precede a B   2. A y B Pr. a C   3. A pr. a B y C   4. A y B Inic. Sim.   5. A y B Inic. Simul



A pr. C
B pr. D

A pr. C, D
B pr. D



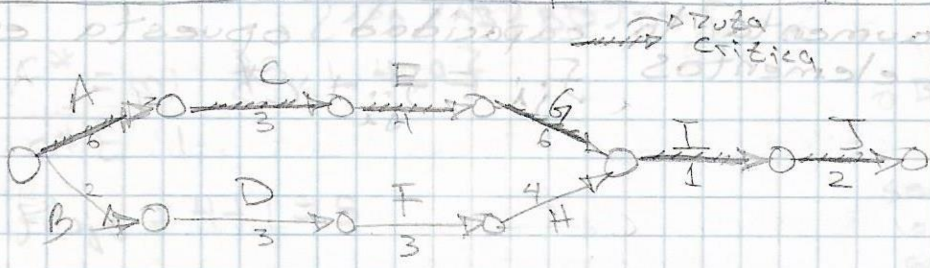
Actividad Ficticia { De preferencia no usarlas

Las ventajas de emplear una red de actividades o diagramas de flechas son:

El diagrama es un modelo de trabajo, puede ser seguido por cualquier persona con una mínima explicación.
Puede asimilarse el alcance del proyecto.
La posibilidad de omisión se reduce considerablemente.
Permite una mejor coordinación en el trabajo y disponibilidad de recursos.

Ejm: Elaborar la red de actividades para los siguientes datos.

Actividad	Descripción	Predecesor	Tiempo (Sem)
A	Diseño del producto	—	6
B	Diseño del Empaque	—	2
C	Ordenar y recibir Materiales del Producto	A	3
D	Ordenar y recibir Mat	B	3
E	Fabricación de Producto	C	4
F	Fabricación del Empaque	D	3
G	Empacar Producto	E	6
H	Prueba de Mercado	F	4
I	Pba Mercado Empaque	G H	1
J	Entrega a Distribuidores	I	2



Tiempo Max

$\boxed{22}$

Vs

15

22 - 15 = 7 sem. de olgura

B, D, F, H : Pueden exceder en tiempo

Problema Flujo Maximo

Sea G una red cuyas lineas contienen una capacidad de flujo denominada F_{ij} y

se lee Flujo del vertice i al j

al iniciar el Flujo sera igual a cero.

Algoritmo:

1) Se identifica una trayectoria del nodo origen al nodo destino tal que los F_{ij} sean mayores que cero. Si no existe alguna los flujos netos ya asignados constituyen un patron de flujo optimo de no ser así se continua con el sig. paso.

2) Encontrar el minimo de los flujos de la trayectoria e identificarlo como c^*

y se aumenta en c^* al flujo de la trayectoria

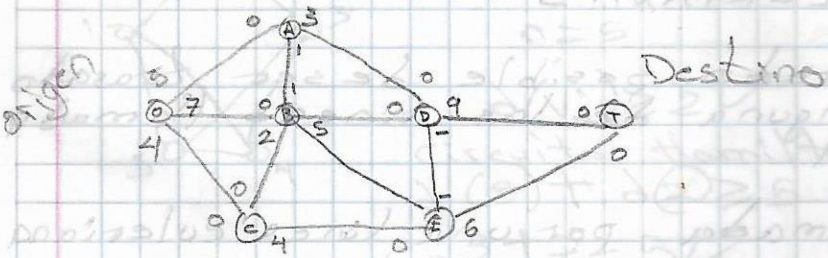
$$F = 0 + c^*$$

3) Se disminuye en c^* la capacidad del flujo de cada arco de la trayectoria

$$f_{ij} = f_{ij} - c^*$$

se aumenta la capacidad opuesta en c^* a los elementos $f_{ji} = f_{ji} + c^*$

Ejm: sea las sig. red con sus capacidades obtener el flujo maximo.



$DE = 1$

1. $O \to C \to E \to T$

2. $c^* = \min = \{f_{OC}\ f_{CE}\ f_{ET}\} = \underbrace{\{4,4,6\}}_{f_{ij} > 0}$

$c^* = 4$

$F = 0 + 4$

3. f_{ij} $\quad f_{OC} = 4 - 4 = 0 \qquad f_{CO} = 0 + 4 = 4$

$f_{CE} = 4 - 4 = 0 \qquad f_{EC} = 0 + 4 = 4$

$f_{ET} = 6 - 4 = 2 \qquad f_{TE} = 0 + 4 = 4$

1- $O \to A \to B \to D \to T$

2- $c^* = \min = \{f_{OA}\ f_{AB}\ f_{BD}\ f_{DT}\}$

$c^* = \min\ \{5, 1, 4, 9\}$

$c^* = 1$

$flujo = 4 + 1 = 5$

3. $f_{OA} = 5 - 1 = 4 \qquad f_{AO} = 0 + 1 = 1$

$f_{AB} = 1 - 1 = 0 \qquad f_{BA} = 1 + 1 = 2$

$f_{BD} = 4 - 1 = 3 \qquad f_{DB} = 0 + 1 = 1$

$f_{DT} = 9 - 1 = 8 \qquad f_{TD} = 0 + 1 = 1$

O B E T

se toman los valores encontrados hasta agotar trayectorias

Tracerlo elaborado

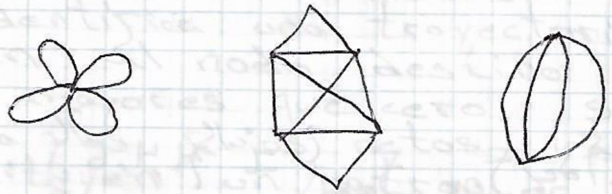
IV Graficas

Graficas EULERIANAS

Un paseo cerrado posible de ser trasado sin repetir ninguna de las lineas llamada linea Euleriana

Una graf. formada por una linea euleriana se define como grafica Euleriana

Vg.:



Trayectorias y circuitos Hamiltoneanos

Hasta la fecha no se ha encontrado un método conveniente para determinar si una gráfica es Hamiltoneana, sin embargo algúnas condiciones se hán desarrollado para q' la grafica sea necesariamente Hamiltoneana

1. Para q' una Grafica Simple tenga un circuito Hamiltoneano el Grado de todos sus vertices debe ser al menos $\frac{n}{2}$
2. Sea una grafica con + de 2 vertices p/c par de v no adyacentes se cumple q:

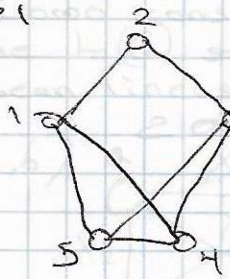
   $$\partial(v_i) + \partial(v_j) \geq n$$

3. Debe existir un circuito Hamiltoneano en la Graf

11

Averigue si G_1, G_2 y G_3 son Hamiltoneana

G_1



Hamiltoneana

$n = 5$

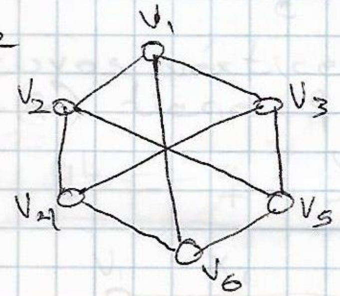
$d(V_i) \geq 2$ ✓

Circuito Hamiltoneano ✓

$d(5) + d(2) \geq 5$

$3 + 2 = 5$ ✓

G_2



Hamiltoneana

$n = 6$

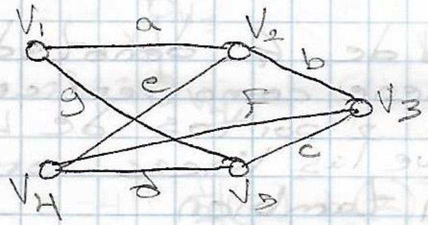
$d(V_i) \geq 3$

Circuito hamilt ✓

$d(V_4) + d(V_5) \geq 6$

$3 + 3 = 6$

G_3



$n = 5$

$d(V_i) \geq 2$

$V_1 \, g \, V_5 \, d \, V_4 \, f \, V_3 \, b \, V_2 \, a \, V_1 \Rightarrow$ Hamilto

pasa por todo los vertices

$d(V_2) + d(V_5) \geq 5$

$3 + 3 = 6 \geq 6$

Una gráfica completa tambien es llamada Gráfica universal

K_n

<u>Teorema</u>

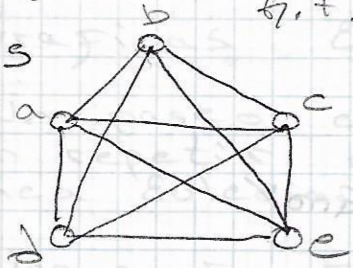
En una grafica completa o Universal con n vertices hay $\frac{n-1}{2}$ circuitos hamiltoneanos con lineas separadas

si es q n es un num impar ≥ 3

Eq 4 Personas

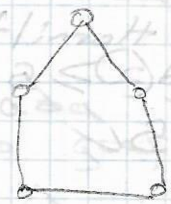
Ejm:

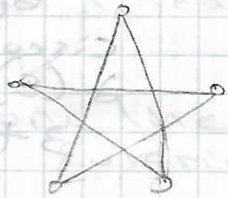
K_5 G. F. C.



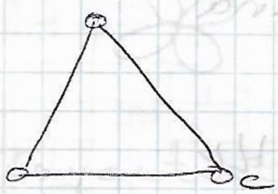
$n=5$

$\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$ circuitos





K_3



$n=3$

$\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=\underline{1}$

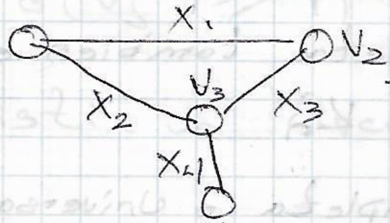
V Gráficas Lineales

La gráfica de líneas de G denotada por L(G) es la gráfica que tiene como vértices a las líneas de G y donde 2 puntos de L(G) son adyacentes siempre que las líneas correspondientes en G lo sean también

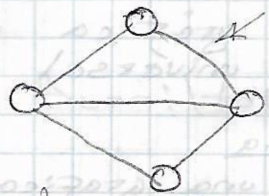
Si x es igual a UV es una línea de G entonces el grado de x en L(G) está dado por:

$$d(x) = d(u) + d(v) - 2$$

Ejm:



$\rightarrow$



Líneas → Vértices
Vértices → Líneas

$d(x_1) = d(V_1) + d(V_2) - 2 = 2$ $\quad d(x_3) = d(V_2) + d(V_3) - 2 = 3$

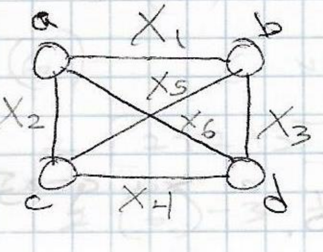
$d(x_2) = d(V_1) + d(V_3) - 2 = 3$ $\quad d(x_4) = d(V_3) + d(V_4) - 2 = 2$

↑ Gráfica Original

¡!

Como consecuencia todos los puntos de articulación de $L(G)$ son líneas de corte en G (siempre que no sean líneas finales en la gráfica original y viceversa).

$G(4,6)$



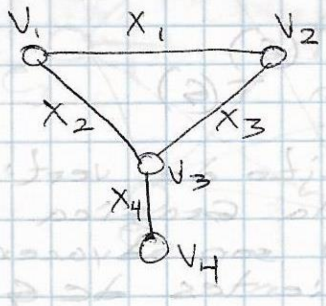
Teorema:

Si: G es una grafica $(p \cdot q)$
p = núm vertices
q = núm lineas

cuyos vértices tienen grado $d(v_i)$ entonces $L(G)$ tiene q vertices y q^L lineas donde.

$$q^L = -q + \frac{1}{2} \sum d(v_i)^2$$

G



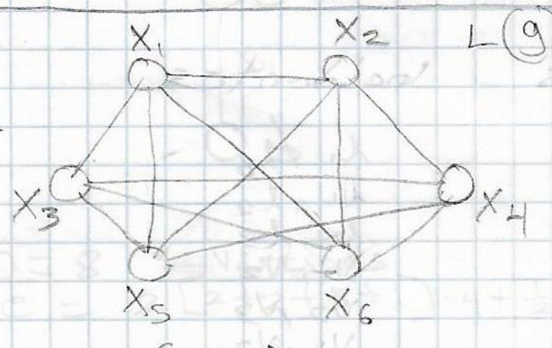
G $p = 4$ vétices
$q = 4$ lineas

$L(G)$ $q = 4$ vértices
$q^L =$ lineas

$$q^L = -4 + \frac{1}{2}\left[(2)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (1)^2\right]$$

$$q^L = -4 + \frac{1}{2}(4+4+9+1) = -4 + \frac{1}{2}(18) = 5 \text{ lineas en } L(G)$$

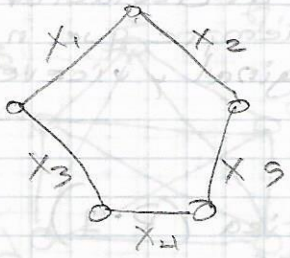
$L(g)$

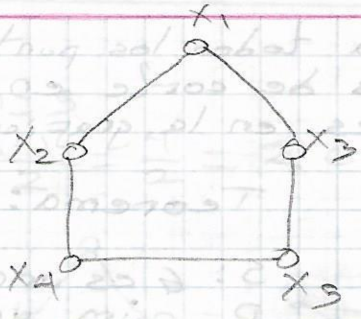


$d(X_1) = d(a) + d(b) = 3+3-2 = 4$
$d(X_2) = d(a) + d(c) = 3+3-2 = 4$
$d(X_3) =$ b d $= 3+3-2 = 4$
$d(X_4) =$ c d $= 3+3-2 = 4$
$d(X_5) =$ b c $= 3+3-2 = 4$
$d(X_6) =$ a d $= 3+3-2 = 4$

$L(G)$ $(6, q^L)$

$(6, 12)$ $q^L = -6 + \frac{1}{2}($ $= 12$





Una graf. es isomorficas a su graf de linea $\Leftrightarrow$ si es un circuito.

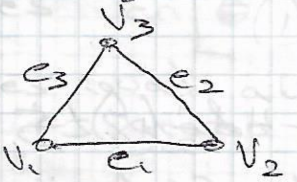
Gráficas Totales

Def: Los vertices y las lineas de una grafica se llaman elementos y se dicen q' 2 elementos son vecinos si son incidentes adyacentes.

Las gráfica Totales $T(G)$
$n_{te} = \#$ vertices en $T(G)$

tienen como vertices al cjto de vertices mas el cjto de lineas de la Grafica G, donde dos vértices de $T(G)$ son adyacentes si los elementos correspondientes de G son vecinos.

Ejm:



$n = 3$

$e = 3$

Elementos	Adyacentes	Incidentes
v_1	v_2, v_3	l_1, l_3
v_2	v_1, v_3	l_1, l_2
v_3	v_1, v_2	l_2, l_3
e_1	e_2, e_3	v_1, v_2
e_2	e_1, e_3	v_2, v_3
e_3	e_1, e_2	v_1, v_3

si G tiene n vèrtices y e lineas T(G) tendrá n+e vertices y

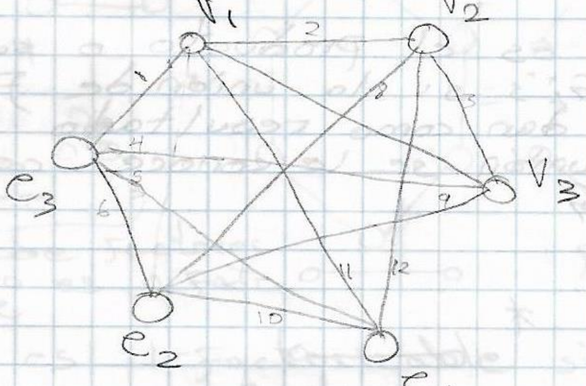
$$2 \sum d(v_i) - e + \frac{1}{2} \sum d(v_i)^2 - e \text{ lineas}$$

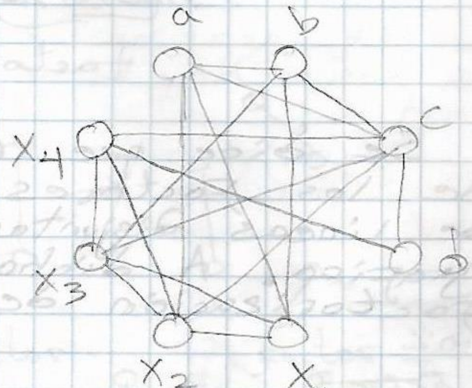
T(G) 6 vertices 12 lineas

$$2[2+2+2]-3+\frac{1}{2}[2^2+2^2+2^2]-3$$

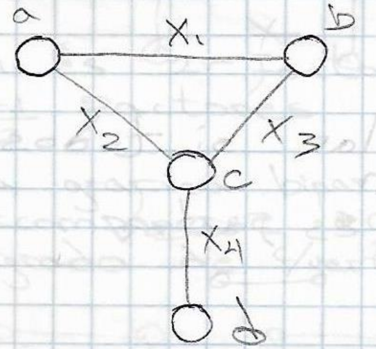
$$2(6)-3+\frac{1}{2}(12)-3$$

$$12-3+6-3=12$$





Ejr



Elementos	Adyacentes	Incidentes
a	b, c	X_1, X_2
b	a, c	X_1, X_3
c	a, b, d	X_2, X_3
d	c	X_4
X_1	X_2, X_3	a, b
X_2	X_1, X_3, X_4	a, c
X_3	X_1, X_2, X_4	c, b
X_4	X_2, X_3	c, d

n = 8 vèrtices

$$e = 2[2+2+3+1]-4+\frac{1}{2}[2^2+2^2+3^2+1^2]-4$$

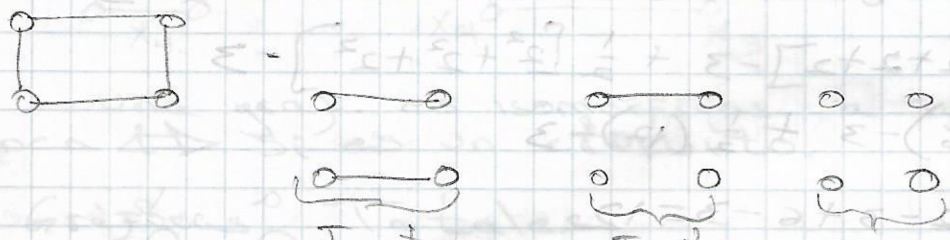
$$= 2(8)-4+\frac{1}{2}(18)-4$$

$$= 16-4+9-4$$

$$= 17 \text{ lineas}$$

Un Factor de la grafica G es una subgrafica la cual contiene a todos los vertices de G y por lo menos alguna linea, esto es es una subgrafica expandida

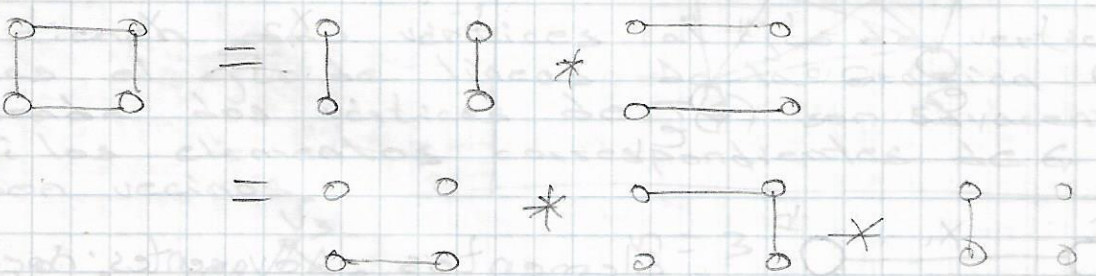
Ej.



Factor Factor No es Factor

Se dice que G es el producto o suma de los Factores G_i's si la union de Factores de lineas disjuntas dan como resultado la grafica. A dicha unión se le conoce como Factorización de G

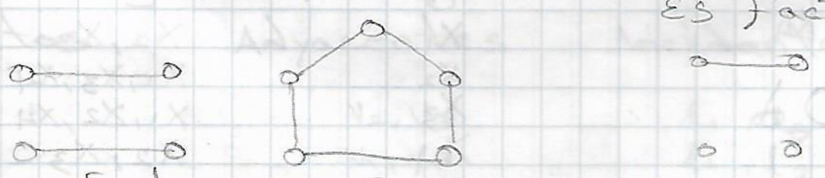
Ejm:



Un n factor es regular si todos sus vertices son de grado n

Ejm.

Es Factor

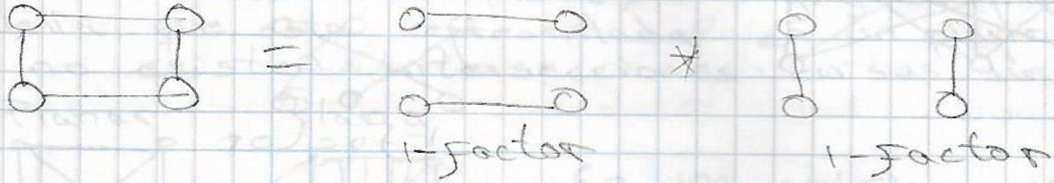


1-factor 2-factor

No es un factor regular
No es un n-factor

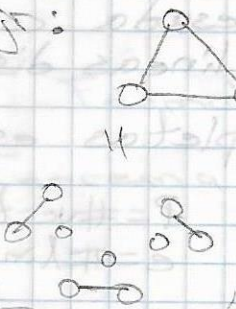
Si G es producto de n factores se denomina n factorizable o n factorización.

Ejm:

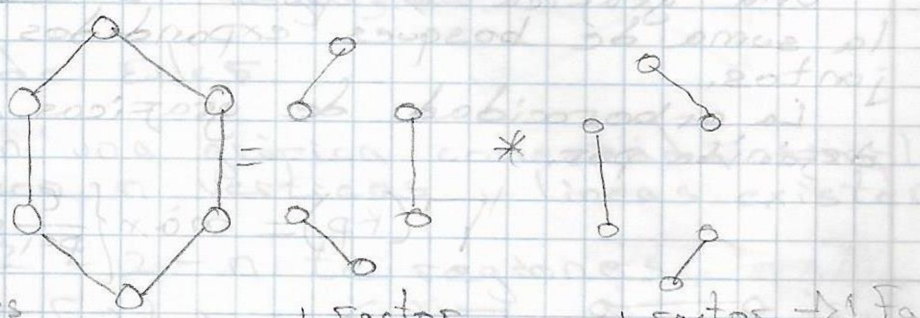


$\Rightarrow$ 1- Factorizable

Ej:



se puede factores
pero no es n facto
rizable



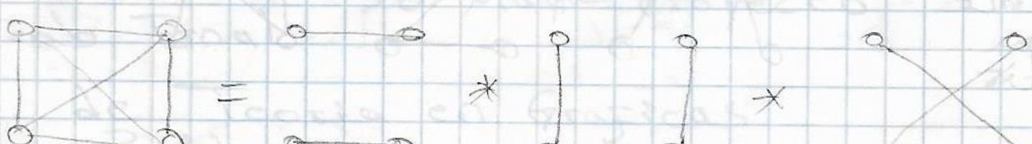
$\Rightarrow$ 1 factorizable

K_n es 1-factorizable si n es par, tiene $n-1$ factores y $\frac{n}{2}$ lineas en c/factor

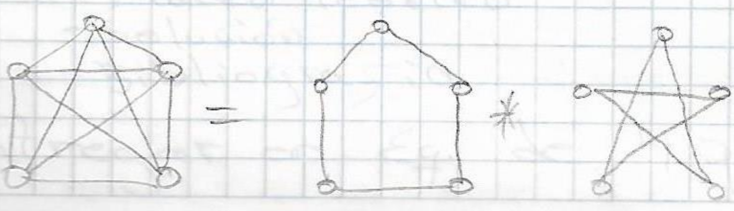
K_n es 2-factorizable si n es impar y tiene $\frac{n-1}{2}$ factores

Una grafica bipartida completa $K_{r,s}$ puede descomponerse en r 1-factores donde r grado de c/vertice s # vértices

K_4

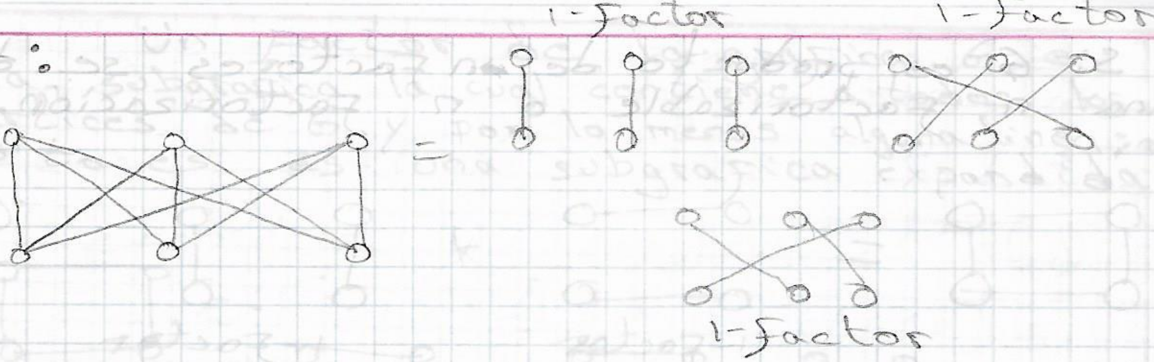


K_5



Ej:

$K_{3,6}$



Arboricidad

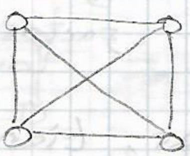
Una grafica G puede ser expresada como la suma de bosques expandidos de lineas disjuntos.

La arborocidad de graficos completas esta definida por:

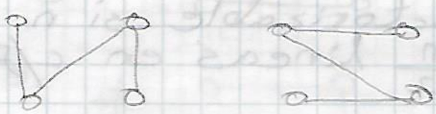
$$\Gamma(K_p) = \max\left\{\frac{e}{p-1}\right\}$$

p = # vértices
e = # lineas

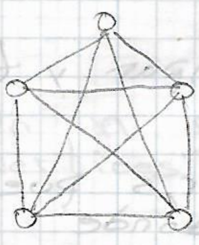
K_4



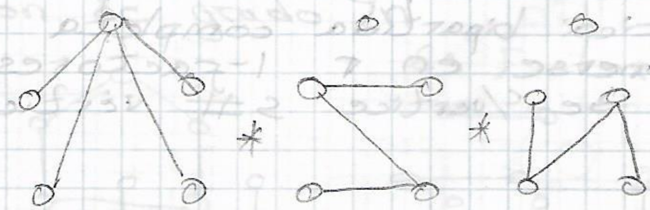
$$\Gamma(K_4) = \max\left\{\frac{6}{3}\right\} = 2$$



K_5



$$\Gamma(K_5) = \max\left\{\frac{10}{4}\right\} = 3$$



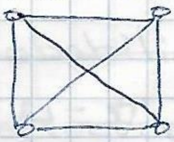
mínimamente conectada
no repetir lineas

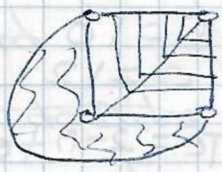
Exam. Miercoles
30 Trab. Final
Mayo

VI Graficas Planares

Una graficas planar es aquella q' puede ser representada en un plano, Una grafica plana es aquella que esta representada en un plano de modo q' no existen intersecciones en sus lineas.

Planar Plana





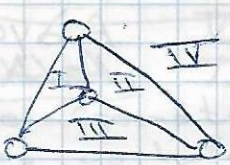
En una gráfica se determinan regiones cuyos limites están formados por las lineas de la grafica.

Fórmula de Euler

Teorema: En una gráfica conectada simple con n vertices y lineas existen

$$R = 2 - n + e \text{ regiones}$$

Ejm:



$n = 4$

$e = 6$

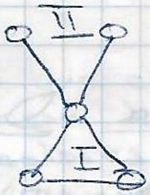
$R = 2 - 4 + 6$

$R = 4$

$6 \leq 3(4) - 6$

$6 \leq 12 - 6$

$6 \leq 6$



$n = 5$

$e = 5$

$5 \leq 3(5) - 6$

$5 \leq 15 - 6$

$5 \leq 9$

$R = 2 - 5 + 5$

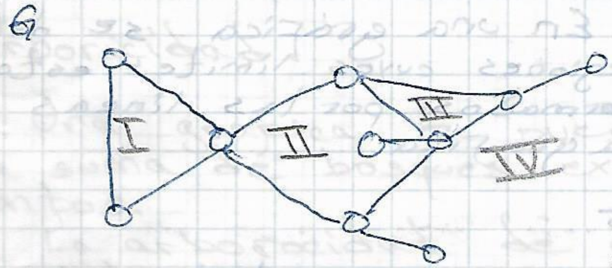
$R = 2$

Miercoles 4 Mayo Ex Tema III a VI
30 May - Proyecto
Trab. Final.

Apl. de Teoria en Graficas
- Problema
- Marco Teorico
- Solución
- Bibliografia

Entregar en Eq. de 4 pers.

Las regiones definidas en una grafica plana son llamadas caras. La Región ilimitada es llamada cara exterior. Cuando el limite de una cara en una grafica plana es un ciclo se define como una región en dicha grafica.
2 caras o 2 regiones son adyacentes si sus contornos tienen almenos una arista en comun



$n=10$
$e=12$
$R=2-n+e$
$R=2-10+12$
$R=4$ reg

Plana: No se intersecta ninguna linea

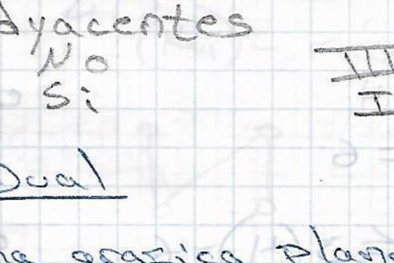
Adyacentes: cuando tengan una linea (arista) en comun

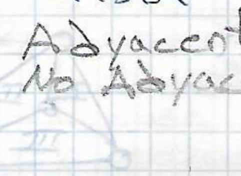
	Adyacentes
I II	No
II III	Si

~~III IV~~ Adyacentes
I ~~III~~ No Adyacentes

Gráfica Dual

Dada una grafica plana G su gráfica Dual G^* se construye:
Colocar un vertice en c/Región de la grafica plana, y si 2 regiones son adyacentes estos vertices deben unirse por una linea X^* cruzando a dicha linea en común.
Si G^* tiene un LOOP entonces la grafica plana G tiene una linea de corte o tambien llamado puente, si G^* tiene aristas multiples es debido a q' 2 regiones en G tienen almenos 2 aristas en común.





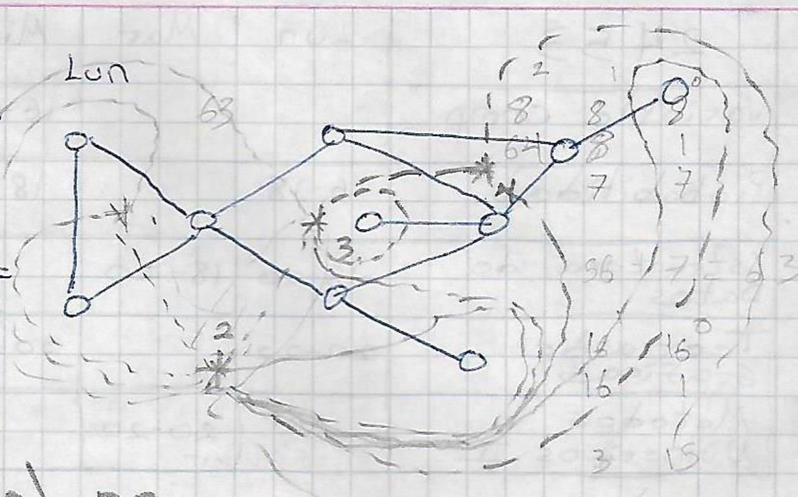
~~Teoria de Graficas~~

~~Variabl Compleja~~

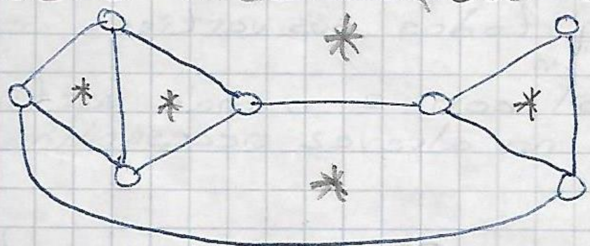
~~Metodos Numericos II~~

~~Probabilidad~~

~~Estructura de Datos~~



La Grafica dual no debe interceptar sus lineas.

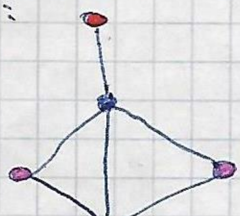


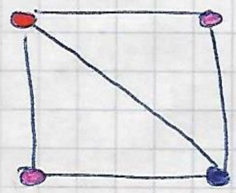
Colorabilidad

Numero Cromático La coloración que es de interes para nosotros es la q. requiere el minimo numero de colores.

Una grafica q. requiere k diferentes colores para su coloración y no menos es llamado número cromatico y se define como una gráfica k-cromatica, esto siempre y cuando dos vertices no adyacentes tengan el mismo color

Ejm:





3- Cromatica   3- Cromatica   2-Cromatica   1- Cromatica

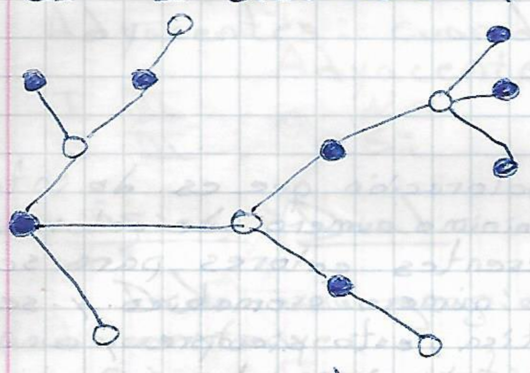
La coloración de gráficas solo se aplica a graficas conectadas o simples.

Una grafica que consiste de un solo vertice es una gráfica 1-Cromatica o monocromatica. una grafica con una o mas lineas es almenos 2 cromatica o bicromatica.

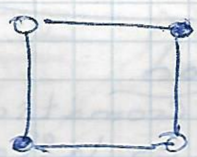
2453	Lun	Mar	Mie	Jue	Vie	
Variable Comp			16-18		16-18	Bugo Contreras Americo
Probabilidad	16-18		18-20		18-20	Ortiz Mendoza Sandra
Estructura de Datos	18-20	18-20		18-20		Salazar León Sonia
Teoria de Graficas	20-22		20-22	20-22		Davila Aguilar Maribel
Métodos Numericos II		20-22			20-22	Carrillo Rmz Teresa

Una grafica completa de N vertices sera n-cromatica debido a q̄ todos sus vertices son adyacentes.

Teorema: Todo árbol con 2 o más vertices es 2 cromaticos. Pero no alrevez necesariamente



2 cromatico



2-cromatica
No toda gráfica 2-cromatica es un árbol

Todo Arbol